

COUPLAGE CONVECTION NATURELLE-RAYONNEMENT DANS DES CAVITES CHAUFFEES DE MANIERE DISCRETE

A. BAHLAOU¹, A. RAJI¹ et M. HASNAOU²

1. Faculté des Sciences et Techniques, Département de Physique Appliquée,
UFR de Chimie Appliquée et Sciences de l'Environnement, B. P. 523, Béni-Mellal, Maroc
Fax : +212.23 48 52 01, E-mails : bahlaoui@imel.org et abderaji@fstbm.ac.ma

2. Faculté des Sciences Semlalia, Département de Physique,
UFR de Thermique et Mécanique des Fluides, B. P. 2390, Marrakech, Maroc
Fax : +212.44 43 74 10, E-mail : hasnaoui@ucam.ac.ma

RESUME

L'étude numérique que nous présentons porte sur la convection naturelle couplée au rayonnement dans une cavité rectangulaire horizontale chauffée de manière discrète sur sa paroi inférieure. On se contente d'examiner l'effet du rayonnement sur le comportement dynamique et thermique du fluide au sein de la cavité en présentant des résultats typiques de lignes de courant et des isothermes. Dans le but de quantifier la contribution de chaque mode de transfert de chaleur au flux de chaleur global, les variations avec Ra, des nombres de Nusselt convectif, radiatif et total au niveau de la paroi supérieure froide de la cavité seront présentées pour différentes valeurs de l'émissivité des parois.

Mots clés : Convection naturelle, rayonnement, chauffage discret, étude numérique, transfert de chaleur.

NOMENCLATURE

B	rapport de forme de la cavité, $B = L' / H'$
F_{ij}	facteur de forme entre les éléments de surfaces S_i et S_j
g	accélération de la pesanteur, (m/s^2)
H'	hauteur dimensionnelle de la cavité, (m)
I_i	irradiation ou éclairage adimensionnel de la surface S_i , $I_i = I'_i / s T_F'^4$
J_i	radiosité adimensionnelle de la surface S_i , $J_i = J'_i / \sigma T_F'^4$
L'	longueur dimensionnelle de la cavité, (m)
N_r	nombre de rayonnement, $N_r = \sigma T_F'^4 H' / \lambda (T_C' - T_F')$
Nu	nombre de Nusselt moyen
Pr	nombre de Prandtl, $Pr = \nu / \alpha$
Q_r	densité du flux radiatif adimensionnel net perdu, $Q_r = Q'_r / \sigma T_F'^4$
Ra	nombre de Rayleigh, $Ra = g \beta (T_C' - T_F') H'^3 / \alpha \nu$
t	temps adimensionnel, $t = t' \alpha / H'^2$
T	température adimensionnelle du fluide, $T = (T' - T_F') / (T_C' - T_F')$
T_C'	température dimensionnelle des sources chaudes, (K)
T_F'	température dimensionnelle de la paroi froide, (K)
T_0	température adimensionnelle de référence, $T_0 = T_F' / (T_C' - T_F')$
u, v	vitesse adimensionnelles dans les directions x et y, $(u, v) = (u', v') H' / \alpha$
x, y	coordonnées cartésiennes adimensionnelles, $(x, y) = (x', y') / H'$

Lettres grecques

α	diffusivité thermique du fluide, (m^2/s)
β	coefficient d'expansion thermique à pression constante
ϵ	émissivité des parois
λ	conductivité thermique du fluide, (W/K m)

ν	viscosité cinématique du fluide, (m^2/s)
Ω	vorticité adimensionnelle, $\Omega = \Omega' H'^2 / \alpha$
Ψ	fonction du courant adimensionnelle, $\Psi = \Psi' / \alpha$
σ	constante de stéfan-Boltzmann, $\sigma = 5,669 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4)$
θ	angle d'inclinaison de la cavité, (en degré)

Indices

C	chaud
conv	convection
F	froid
H	paroi supérieure
ray	rayonnement
tot	total

exposants

'	variables dimensionnelles
---	---------------------------

1. INTRODUCTION

Le transfert thermique par convection naturelle dans des cavités fermées a constitué un pôle d'attraction à la recherche durant les dernières décennies [1-3]. Cet intérêt particulier est dicté par l'importance de telles configurations dans plusieurs applications pratiques dans l'industrie, dans le domaine de la thermique du bâtiment et plus récemment dans le refroidissement des circuits électroniques (en raison de la tendance à la miniaturisation des composants). L'étude du couplage de la convection naturelle et du rayonnement a été toujours négligée et n'a commencé à susciter de l'intérêt que très récemment. Les études disponibles dans la littérature montrent que la prise en compte du rayonnement tend à réduire l'effet de la convection naturelle, à homogénéiser la température au sein de la cavité et à favoriser le taux de transfert de chaleur évacué vers le milieu extérieur. Ces travaux se rapportent à des cavités fermées ou ouvertes dont les parois actives sont totalement chauffées [4-7]. Cependant dans plusieurs situations pratiques, les chauffages sont localisés et se font de manière discrète. D'autres travaux sont donc indispensables pour enrichir les connaissances acquises dans le domaine en considérant l'effet d'un chauffage discret sur le comportement dynamique et thermique du fluide au sein d'une cavité rectangulaire fermée.

L'objectif du présent travail consiste à étudier le couplage entre la convection naturelle et le rayonnement dans une cavité rectangulaire en examinant l'effet du rayonnement des surfaces des parois sur la distribution de la température et la structure de l'écoulement du fluide au sein de la cavité. Une attention particulière sera accordée à la contribution de chaque mode de transfert au flux de chaleur global.

2. FORMULATION MATHEMATIQUE

La géométrie considérée est schématisée sur la figure 1. Il s'agit d'une cavité rectangulaire fermée, de rapport de forme $B = 10$ et dont la paroi inférieure est chauffée de manière discrète. La paroi supérieure de la cavité est maintenue à une température uniforme froide et les parois restantes sont adiabatiques. Les propriétés thermophysiques du fluide caloporteur ($Pr = 0.72$) sont supposées constantes. La cavité est supposée suffisamment large dans la direction normale au plan d'étude de façon que l'hypothèse d'un écoulement bidimensionnel reste valide. En plus, l'hypothèse d'un fluide incompressible obéissant à l'approximation de *Boussinesq* est considérée. Les équations adimensionnelles gouvernantes en formulation Ω - Ψ sont:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial u \Omega}{\partial x} + \frac{\partial v \Omega}{\partial y} = Pr \left[\frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y^2} \right] + Ra \cdot Pr \left[\cos \theta \frac{\partial T}{\partial x} - \sin \theta \frac{\partial T}{\partial y} \right] \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial u T}{\partial x} + \frac{\partial v T}{\partial y} = \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -O \quad (3)$$

La fonction de courant et la vorticité sont reliées aux composantes de vitesse par les expressions suivantes:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad \text{et} \quad O = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4)$$

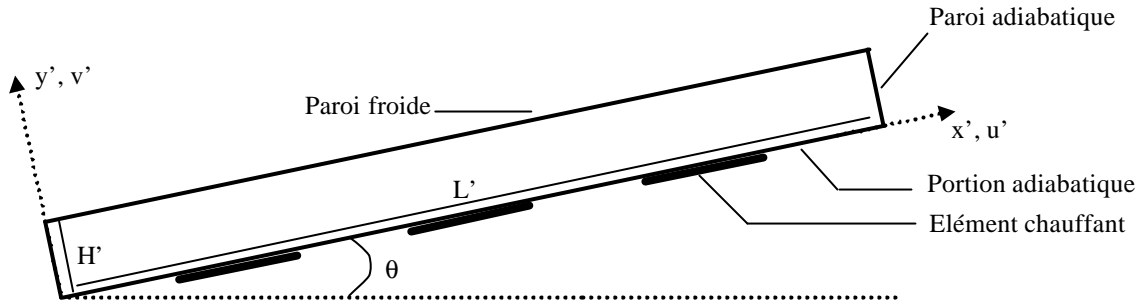


Figure 1: Configuration étudiée

2.1. Conditions aux limites

$u = v = \Psi = 0$	sur les parois rigides
$T = 0$	sur la paroi froide
$T = 1$	sur les éléments chauffants

Le fait de prendre en considération l'effet du rayonnement ne modifie pas les équations de base de la convection. Sa contribution apparaît au niveau des conditions aux limites thermiques. Ainsi, sur les parois adiabatiques, le flux reçu par rayonnement est restitué au fluide par convection suivant la relation:

$$-\frac{\partial T}{\partial n} + N_r Q_r = 0 \quad (5)$$

n étant la normale à la paroi considérée.

La vorticité sur les parois de la cavité est calculée en utilisant la formule de Woods [8]:

$$O_w = -\frac{1}{2} O_{w+1} - \frac{3}{2} (\psi_{w+1} - \psi_w) \quad (6)$$

Où w désigne la paroi et $\Delta \eta$ le pas d'espace suivant la direction normale à celle-ci.

2.2. Les équations de rayonnement

Le calcul des échanges radiatifs entre les différentes parois de la cavité est basé sur la méthode des radiosités. Le transfert radiatif entre les différentes surfaces s'exprime par un système d'équations sous la forme adimensionnelle suivante :

$$J_i - (1 - \epsilon_i) \sum_{S_j} F_{ij} J_j = \epsilon_i \left[\frac{T_i}{T_o} + 1 \right]^4 \quad (7)$$

Le flux radiatif net adimensionnel perdu par unité de surface S_i est évalué par :

$$Q_r = J_i - I_i = \varepsilon_i \left[\left(\frac{T_i}{T_o} + 1 \right)^4 - \sum_{s_j} F_{ij} J_j \right] \quad (8)$$

3. TRANSFERT DE CHALEUR

Les nombres de Nusselt moyens caractérisant les contributions de la convection naturelle et du rayonnement au niveau de la paroi supérieure froide de la cavité sont respectivement définis par :

$$Nu_h(\text{conv}) = -\frac{1}{B} \int_0^B \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=1} dx \quad Nu_h(\text{ray}) = \frac{1}{B} \int_0^B N_r Q_r \Big|_{y=1} dx \quad (9)$$

Le nombre de Nusselt global Nu_h (tot) au niveau de cette paroi est défini comme étant la somme des nombres de Nusselt convectif et radiatif.

4. METHODE DE RESOLUTION

Les équations (1)-(3) ont été discrétisées à l'aide d'une technique aux différences finies. Un schéma centré, précis au second ordre est utilisé pour la discrétisation des dérivations spatiales (termes convectifs et diffusifs). L'intégration des équations (1) et (2) est assurée par la méthode implicite aux directions alternées (**ADI**). A chaque pas de temps, l'équation de Poisson (3) est traitée par la méthode de sur-relaxation par point (**PSOR**) avec un coefficient de sur-relaxation optimum égal à 1.80 pour le maillage considéré (211×21). Le code numérique développé est validé en comparant les résultats obtenus à ceux de *Yücel et al.* [9] dans le cas d'un canal incliné en régime de convection mixte et en l'absence de l'effet du rayonnement. Les écarts relatifs observés en termes du nombre de Nusselt moyen et de la fonction de courant maximale sont restés respectivement en deçà de 1.6% et 1.08% pour différentes combinaisons des paramètres gouvernants.

5. RESULTATS ET DISCUSION

Des lignes de courant et des isothermes illustrant l'effet de l'émissivité des parois sont présentées sur les figures 2a-2b pour $Ra = 10^5$ et $\theta = 0^\circ$. La figure 2a obtenue pour $\varepsilon = 0$ (absence du rayonnement) montre une structure multicellulaire consistant en la présence de six cellules fermées. Cette structure présente une symétrie par rapport à l'axe vertical passant par le centre de la cavité. Les isothermes correspondantes apparaissent très denses sur la paroi froide au niveau des portions en regard avec les éléments chauffants, disposés sur la paroi inférieure. Ce resserrement des isothermes témoigne d'un échange de chaleur local important au niveau de la paroi froide sur les endroits situés au niveau de la montée du fluide des cellules fermées. L'augmentation progressive de l'émissivité des parois conduit qualitativement à des structures d'écoulement semblables à celle obtenue dans le cas où l'effet du rayonnement est absent. La figure 2b illustre bien cette constatation pour $\varepsilon = 1$. Cependant, on peut remarquer une diminution de l'intensité de l'écoulement de l'ordre de 4.25% exprimée en terme de Ψ_{\max} .

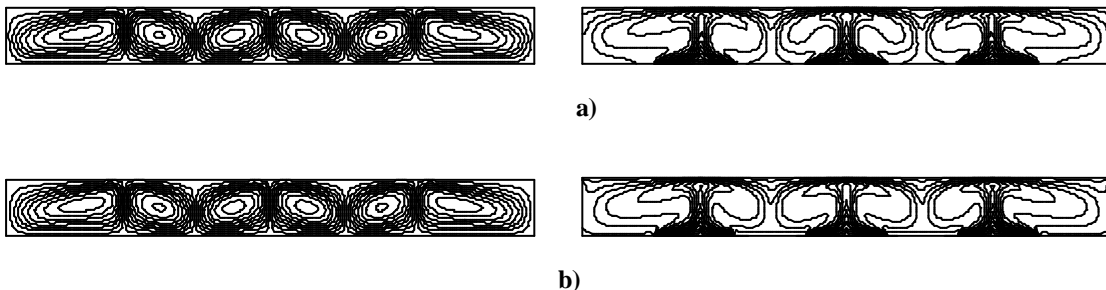


Figure 2 : Lignes de courant et isothermes pour $Ra = 10^5$, $\theta = 0^\circ$ et différentes valeurs de ε : **a)** $\varepsilon = 0$ ($\Psi_{\min} = -27.24$, $\Psi_{\max} = 27.24$) et **b)** $\varepsilon = 1$ ($\Psi_{\min} = -26.09$, $\Psi_{\max} = 26.09$).

Les variations, en fonction de Ra, des nombres de Nusselt convectif, radiatif et total, évalués au niveau de la paroi froide, sont présentées respectivement sur les figures 3a-3c pour différentes valeurs de ε . On peut noter sur la figure 3a que $Nu_h(\text{conv})$ augmente de façon monotone avec Ra avec ou sans présence de l'effet du rayonnement. Cependant on remarque que, contrairement aux résultats des différents travaux disponibles dans la littérature [4-7], la prise en compte de l'effet du rayonnement ($\varepsilon = 0.5$) contribue à une augmentation du taux de transfert de chaleur par convection. Cette tendance est renversée pour $\varepsilon = 1$ où on peut voir que l'effet de la convection est réduit par rapport aux résultats obtenus pour les valeurs déjà considérées de ε . Sur la figure 3b, on remarque que l'effet de Ra sur le flux radiatif au niveau de la paroi supérieure reste insignifiant pour des valeurs de $Ra \leq 4.4 \cdot 10^5$ et $Ra \leq 2.6 \cdot 10^5$ respectivement pour $\varepsilon = 0.5$ et $\varepsilon = 1$. Au delà de ces valeurs critiques, le transfert de chaleur par rayonnement augmente avec Ra. Aussi, pour une valeur fixée de ce paramètre, le flux radiatif augmente considérablement avec l'émissivité des parois. La variation du nombre de Nusselt total est présentée sur la figure 3c et montre une augmentation avec Ra et avec l'émissivité des parois. Aussi, est-il intéressant de

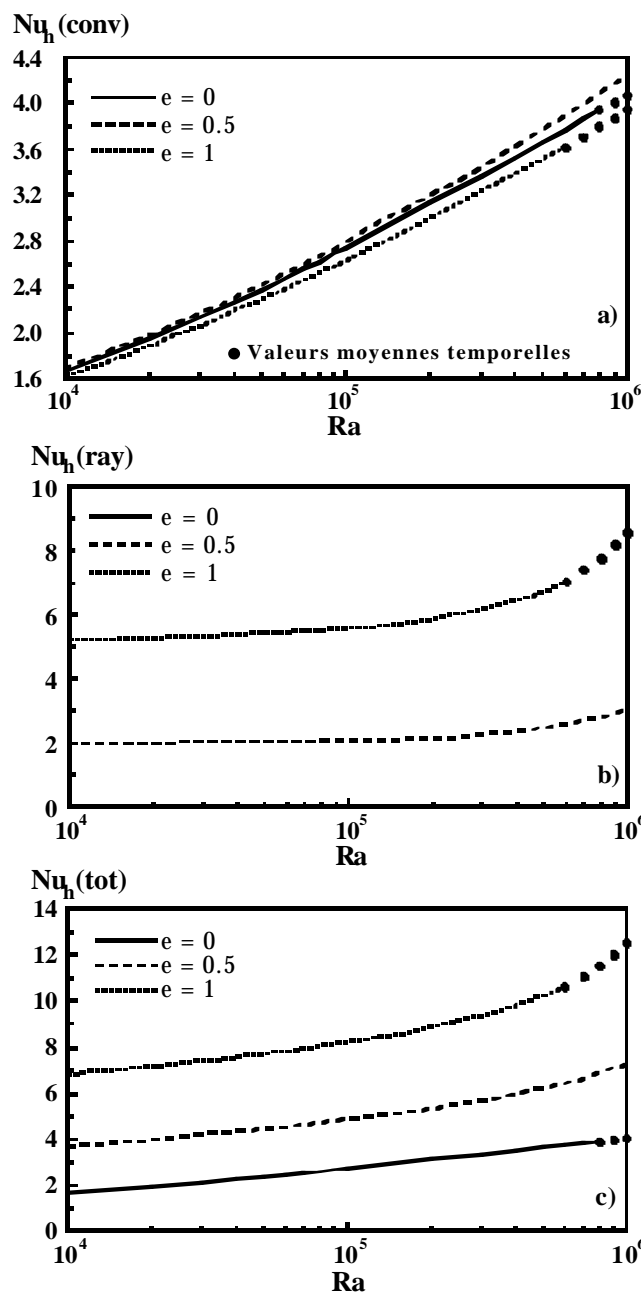


Figure 3 : Variations, en fonction de Ra, des nombres de Nusselt convectif, $Nu_h(\text{conv})$, radiatif, $Nu_h(\text{ray})$, et total, $Nu_h(\text{tot})$, pour $\theta = 0^\circ$ et différentes valeurs de ε .

remarquer que pour $\varepsilon = 1$, une comparaison des nombres de Nusselt convectif et radiatif permet de ressortir que la contribution du rayonnement domine sur celle de la convection naturelle pour toutes les valeurs considérées de Ra . Cette tendance est différente dans le cas de $\varepsilon = 0.5$. En effet, le rayonnement domine pour des valeurs de $Ra \leq 3 \cdot 10^4$. Au delà de cette valeur critique de Ra , l'effet de la convection naturelle devient dominant.

Dans ce type de problèmes, les résultats obtenus montrent souvent la présence de mouvements oscillatoires. Les valeurs reportées sur la figure 3 par des cercles pleins correspondent à des états d'écoulement périodiques et sont obtenues par intégration sur un grand nombre de périodes d'écoulement du fluide. Ces instabilités, caractérisées par des mouvements oscillatoires entretenus dans le temps, sont obtenues en l'absence du rayonnement ($\varepsilon = 0$) pour des valeurs de $Ra > 7 \cdot 10^5$. La prise en compte de l'effet du rayonnement ($\varepsilon = 0.5$) conduit à une disparition de ces mouvements périodiques. Pour $\varepsilon = 1$, les oscillations périodiques réapparaissent de nouveau et ce pour une valeur critique de $Ra = 5 \cdot 10^5$, inférieure à celle correspondant au cas où l'effet du rayonnement est absent. Une illustration de ces mouvements périodiques est donnée sur les figures 4a-4b où on a reporté les variations en fonction du temps des variables Ψ_{\max} et $Nu_h(\text{tot})$ pour $Ra = 7 \cdot 10^5$. Les oscillations sont de nature simple et sont caractérisées par des périodes et des amplitudes faibles qui n'affectent pas fortement la structure d'écoulement du fluide qui reste semblable à celle présentée précédemment. Toutes les fonctions présentées oscillent de manière périodique avec une même période. Il en résulte une solution de type P_1 suivant la convention de *Lennie et al.* [10]. La trajectoire correspondante est une simple courbe fermée. La figure 4c montre les limites du cycle projeté dans le plan de phase ($Nu_h(\text{tot}), \Psi_{\max}$).

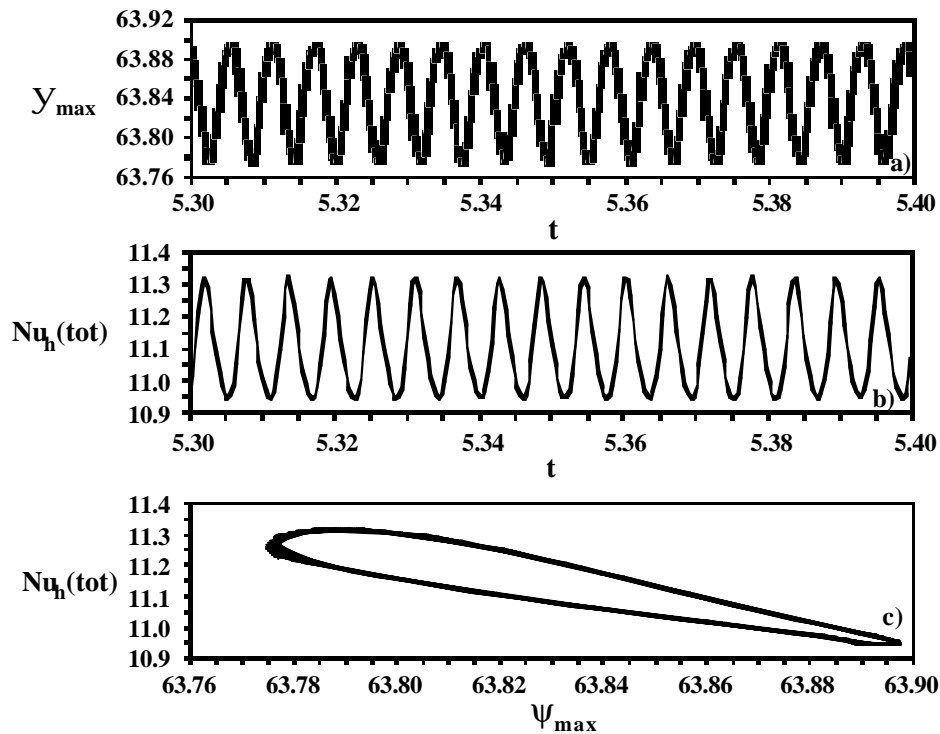


Figure 4: Variations en fonction du temps de Ψ_{\max} et $Nu_h(\text{tot})$ et projection sur le plan de phase ($Nu_h(\text{tot}), \Psi_{\max}$) pour $Ra = 7 \cdot 10^5$, $\varepsilon = 1$ et $\theta = 0^\circ$.

6. CONCLUSION

Dans ce travail, on a étudié numériquement le couplage entre la convection naturelle et le rayonnement dans une cavité horizontale discrètement chauffée sur sa paroi inférieure. Les résultats obtenus montrent que la symétrie de l'écoulement est préservée par la prise en compte du rayonnement. L'examen des variations des nombres de Nusselt montre que le transfert de chaleur total à travers la cavité est fortement favorisé lorsque ε augmente. Cependant, pour $\varepsilon = 0.5$, les résultats obtenus montrent une amélioration de l'effet de la convection naturelle contrairement aux résultats disponibles dans la littérature et une disparition des mouvements oscillatoires rencontrés en l'absence du rayonnement pour les valeurs élevées de Ra .

REFERENCES

- [1] Nübarufata E., Hasnaoui M., Bilgen E. and Vasseur P., “*Natural Convection in Partitioned Enclosures with Localized Heating*”, Int. J. Num. Meth. for Heat & Fluid Flow. 3 (1993), pp. 133-143
- [2] Mamou M., Hasnaoui M., Vasseur P. and Bilgen E., “*Natural Convection Heat transfer in Inclined Enclosures with Multiple Conducting Solid Partitions*”, Num. Heat Transfer. Part A, 25 (1994), pp. 295-315
- [3] Vasseur P., Hasnaoui M. and Bilgen E., “*Analytical and Numerical Study of Natural Convection Heat Transfer in Inclined Composite Enclosure*”, Applied Scientific Research. 52 (1994), pp. 187-207
- [4] Balaji C. and Venkateshan S.P., “*Interaction of Surface Radiation with Free Convection in a Square Cavity*”, Int. J. Heat & Fluid Flow. 14, No. 3 (1993), pp. 260-267
- [5] Balaji C. and Venkateshan S.P., “*Interaction of Radiation with Free Convection in an Open Cavity*”, Int. J. Heat & Fluid Flow. 15, No. 4 (1994), pp. 317-324
- [6] Akiyama M. and Chong Q.P., “*Numerical Analysis of Natural Convection with Surface Radiation in a Square Enclosure*”, Num. Heat Transfer. Part A, 31 (1997), pp. 419-433
- [7] Ramesh N., Balaji C. and Venkateshan S.P., “*Effect of Boundary Conditions on Natural Convection in an Enclosure*”, Int. J. Trans. Phenomena. 1 (1999), pp. 205-214
- [8] Woods L C., “*A Note on the Numerical Solution of Fourth Order Differential Equations*”, Aero. Quart. 5 (1954), pp. 176-184
- [9] Yücel C., Hasnaoui M., Robillard L. and Bilgen E., “*Mixed Convection Heat Transfer in Open Ended Inclined Channels with Discrete Isothermal Heating*”, Num. Heat Transfer. 24 (1993), pp. 109-126
- [10] Lennie T.B., McKenzie D.P., Moore D.R. and Weiss N.O., “*The Breakdown of Steady Convection*”, J. of Fluid Mechanics, Vol. 188 (1988), pp. 47-85