

# EVAPORATION EN CONVECTION MIXTE D'UN FILM LIQUIDE RUISSELANT SUR UNE PLAQUE INCLINEE SOUMISE A DES FLUX DE CHALEUR PARIETAUX VARIABLES

E. Belahmidi<sup>1</sup>, A. Mir<sup>1</sup>, M. Feddaoui<sup>1</sup>, B. Zeghmami<sup>2</sup>, L. Bouirden<sup>3</sup>

1. Groupe de Recherche sur l'Energie et la Thermique (GRETH), EST d'Agadir, B.P. 33/S, Maroc, Fax : (212) 48 22 78 24, Email : [belahmidi@esta.ac.ma](mailto:belahmidi@esta.ac.ma)
2. CEF-GMAI, Université de Perpignan, 52 Av. de Villeneuve, 66860 Perpignan Cedex, France, Email : [zeghmami@univ-perp.fr](mailto:zeghmami@univ-perp.fr)
3. L.T.M.R.M, Université Ibn Zohr, Faculté des Sciences, B.P. 28/S, Agadir – Maroc

## RESUME

Une analyse numérique de l'évaporation en convection mixte d'un film d'eau ruisselant en régime turbulent sur une plaque plane inclinée soumise à un flux de chaleur pariétal non uniforme ( $q_p(x)=q_0e^{mx}$ ) est présentée. Les équations de transferts sont discrétisées en utilisant la méthode implicite aux différences finies et un maillage non uniforme. Les résultats caractérisant les transferts thermique et massique à l'interface du film d'eau sont présentés pour trois valeurs de l'exposant  $m$  dans chacune des conditions de surface. Ils montrent notamment que les températures de l'interface sont une fonction croissante de l'exposant  $m$  exprimant la densité du flux de chaleur non-uniforme appliquée à la paroi et décroissante en fonction du débit d'entrée du film liquide. L'inclinaison de la plaque reste sans influence remarquable sur la variation de la température de la surface du film. Pour les conditions fixées par nos calculs, on constate que l'apport de chaleur échangé à l'interface du film engendre essentiellement une évaporation par mode latent. La présence d'une convection naturelle ou mixte rend le transfert moins intense que celui engendré par la convection forcée.

**Mots clés :** *Film liquide, transfert de chaleur et de masse, évaporation, convection mixte, turbulence*

## NOMMENCLATURE

$C_{p_k}$  capacité calorifique massique à pression constante dans la phase  $k$ ,  $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$   
 $D_v$  coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air,  $m^2\ s^{-1}$   
 $g$  accélération de la pesanteur,  $m\ s^{-2}$   
 $h_L$  chaleur latente d'évaporation de l'eau,  $J\ kg^{-1}$   
 $L$  longueur de la plaque,  $m$   
 $M$  masse molaire de l'air sec,  $kg\ mole^{-1}$   
 $\dot{m}$  densité massique évaporée,  $kg\ m^{-2}\ s^{-1}$   
 $Nu_s$  nombre de Nusselt sensible  
 $Nu_l$  nombre de Nusselt latent  
 $Nu_x$  nombre de Nusselt total  
 $p$  pression, atm  
 $Pr$  nombre de Prandtl,  
 $q$  densité pariétale du flux de chaleur,  $W\ m^{-2}$   
 $T$  température dimensionnelle  
 $u$  vitesse dimensionnelle suivant  $ox$ ,  $m\ s^{-1}$   
 $v$  vitesse dimensionnelle suivant  $oy$ ,  $m\ s^{-1}$   
 $X$  abscisse adimensionnelle suivant  $ox$   
 $x$  abscisse dimensionnelle dans le sens de l'écoulement gazeux,  $m$   
 $y$  coordonnée dimensionnelle normale à la surface,  $m$   
 $w$  fraction massique de la vapeur d'eau dans l'air

### Lettres grecques

$\beta_T$  Coefficient d'expansion thermique,  $K^{-1}$   
 $\beta_M$  Coefficient d'expansion massique,  $kg\ mole^{-1}$   
 $\Gamma$  débit massique du film d'eau,  $kg\ m^{-1}\ s^{-1}$   
 $\delta$  épaisseur du film liquide,  $m$   
 $\theta$  angle d'inclinaison de la plaque, rad  
 $\lambda_k$  conductivité thermique dimensionnelle de la phase d'indice  $k$ ,  $W\ m^{-1}\ K^{-1}$   
 $\mu_k$  viscosité dynamique dimensionnelle de la phase d'indice  $k$ ,  $N\ s\ m^{-2}$   
 $\nu_k$  viscosité cinématique de l'air humide loin de l'interface,  $m^2\ s^{-1}$   
 $\rho_k$  masse volumique dimensionnelle de la phase d'indice  $k$ ,  $kg\ m^{-3}$

### Indices

$e$  condition d'entrée  
 $i$  interface liquide-vapeur  
 $k$   $l$ ,  $g$  ( $l$  pour la phase liquide et  $g$  pour la phase gazeuse)  
 $p$  paroi  
 $t$  turbulent  
 $v$  vapeur  
 $\infty$  conditions loin de l'interface dans la phase gazeuse

# 1. INTRODUCTION

L'évaporation d'un film liquide ruisselant sur une paroi solide chauffée est une technique très répandue dans de nombreux processus industriels tels que la concentration des effluents, le traitement des eaux, la distillation et la production de vapeur ou du sels. Cette technique d'évaporation des films peut également être appliquée à quelques systèmes de refroidissement des parois notamment dans l'industrie pétrolière. Il s'agit souvent de traiter les parois solides chauffées uniformément par un flux de chaleur constant mais cette technique peut ne pas être réalisable dans la pratique.

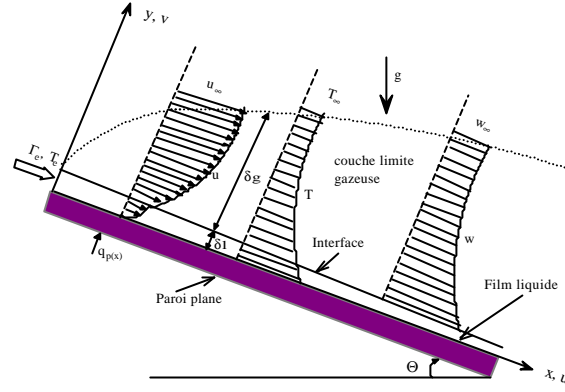
La majeure partie des travaux publiés concernant le transfert de chaleur et de masse qui se produit simultanément lors de l'évaporation d'un film liquide ruisselant sur une paroi solide a été étudiée par plusieurs auteurs [1-14]. Par exemple, Ouldhadda et al. [1] ont effectué une étude numérique des transferts de chaleur au travers un film liquide non-newtonien qui s'écoule sur la surface d'un tube horizontal avec des flux de chaleur pariétaux variables. Seban et Faghri [2] ont étudié expérimentalement et théoriquement l'évaporation d'un film d'eau dans un écoulement de mélange air-vapeur. Dans leurs études théoriques, ils se sont concentrés sur le processus de transport dans un film liquide turbulent. Une analyse semblable a été effectuée par Tsay et al. [3,4] qui ont présenté une étude numérique et expérimentale des transferts de chaleur et de masse pour un écoulement de film d'eau ou d'éthanol. Baumann et Thiele [5] considèrent l'évaporation d'un film composé de deux liquides en écoulement laminaire à l'intérieur d'une conduite cylindrique. De même Feddaoui et al. [6] ont présenté une étude numérique du refroidissement par évaporation d'un film liquide en présence d'un écoulement d'air dans un tube vertical. Les études portent sur l'évaporation d'un film liquide au-dessus d'une plaque plane ou inclinée concernent les cas d'une paroi isotherme, adiabatique ou à densité de flux de chaleur imposée et elles supposent la présence d'un gaz en convection naturelle forcée ou mixte [7-12]. Les travaux de Song et al. [13,14] s'intéressent plus particulièrement à l'évaporation, dans un régime permanent, d'un film liquide exposé à un flux de rayonnement solaire. Malgré le fait que les conditions thermiques à la paroi sont souvent supposées constantes dans la plupart des études théoriques, les problèmes avec des conditions thermiques pariétales variables sont relativement important dans des applications d'ingénierie mais ils n'ont pas suscité beaucoup d'attention.

L'objectif principal de la présente étude est de développer une étude numérique dans le but d'analyser l'évaporation d'un film liquide turbulent qui s'écoule sur une plaque inclinée en présence d'une convection mixte d'air humide. La plaque est soumise des flux de chaleur pariétaux variables selon une loi exponentielle en fonction de l'abscisse longitudinale  $x$ . Le modèle élaboré a pour finalité d'étudier les effets du débit massique du film à l'entrée ainsi que l'inclinaison de la plaque sur le comportement thermique de l'interface du film. L'attention sera concentrée également sur l'influence du chauffage pariétal non-uniforme sur les échanges par convection mixte de chaleur et de masse à l'interface du film.

## 2. DESCRIPTION ET FORMULATION MATHÉMATIQUE DU PROBLÈME

Le modèle physique considéré dans cette étude est illustré sur la *figure 1*. Un film d'eau s'écoule, en régime turbulent sur une plaque inclinée sous l'action des forces de gravité. Un écoulement d'air circule d'une manière co-courante au-dessus de la surface libre du film en formant une couche limite gazeuse laminaire. La surface de la plaque est soumise à des flux de chaleur pariétaux non-uniforme ( $q_p(x) = q_0 e^{mx}$ ). La chaleur absorbée par la plaque est alors transférée au film d'eau et à travers celui-ci, une partie est transférée à la couche du gaz. Quand l'évaporation se produit, le transfert de masse a lieu simultanément entre le film d'eau et la couche gazeuse. Soit  $x$ , l'abscisse mesurée positivement dans la direction de l'écoulement gazeux à partir du bord de la plaque par lequel entre le liquide. L'ordonnée  $y$  représente la distance normale à la surface. Elle est comptée positivement vers la phase gazeuse. Nous supposons que la largeur de la surface dans la direction perpendiculaire au plan ( $x, y$ ) est très grande par rapport aux autres directions, ce qui ramène le problème à une configuration bidimensionnelle. Nous supposons que :

1. Les écoulements et les transferts de chaleur et de masse sont bidimensionnels.
2. Les approximations de la couche limite sont valables aussi bien dans le film que dans l'écoulement gazeux.
3. Les propriétés physiques dans le liquide et dans le gaz sont variables en fonction de la température et de la fraction massique.
4. Le rayonnement, la dissipation visqueuse d'énergie ainsi que les effets Duffour et Soret sont négligeables.
5. L'air humide est un mélange idéal de vapeur et d'air sec, considérés comme des fluides parfaits,
6. L'interface liquide gaz est en équilibre thermodynamique et il n'y a pas de dissolution de gaz dans le liquide ni de tension superficielle.
7. A l'interface la composante tangentielle de la vitesse est égale à la composante suivant la coordonnée  $x$ .
8. Le terme qui exprime les forces volumiques dans le mélange air-vapeur d'eau est évalué selon l'hypothèse de Boussinesq par :  $\rho_\infty - \rho = \rho_\infty [\beta_T (T - T_\infty) + \beta_m (w - w_\infty)]$



**Fig. 1** : Schéma descriptif du modèle physique

Compte tenu des hypothèses simplificatrices formulées ci-dessus, les équations qui régissent les transferts dans les deux phases s'écrivent dans le repère  $(xoy)$  comme suit :

### 2.1. Dans la phase liquide

Le transfert de mouvement et de chaleur dans le ruissellement de film liquide turbulent peut être décrit par les équations de conservation suivantes :

$$\frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\rho_1 \left( u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} \right) = \rho_1 g \sin(\theta) + \frac{\partial}{\partial y} \left( (\mu_1 + \mu_{1,t}) \frac{\partial u_1}{\partial y} \right) \quad (2)$$

$$\rho_1 C_{p1} \left( u_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( (\lambda_1 + \lambda_{1,t}) \frac{\partial T_1}{\partial y} \right) \quad (3)$$

### 2.2. Dans la phase gazeuse

Les équations de conservation de masse, de mouvement, d'énergie et de diffusion massique dans un écoulement de gaz laminaire circulant au dessus de la surface libre du film liquide s'écrivent comme suit :

$$\frac{\partial(\rho_g u_g)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_g v_g)}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

$$\rho_g \left( u_g \frac{\partial u_g}{\partial x} + v_g \frac{\partial u_g}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_g \frac{\partial u_g}{\partial y} \right) + g(\rho_g - \rho_\infty) \sin(\theta) \quad (5)$$

$$\rho_g C_{pg} \left( u_g \frac{\partial T_g}{\partial x} + v_g \frac{\partial T_g}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial y} \right) + \rho_g D_v (C_{pv} - C_{pa}) \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial T_g}{\partial y} \quad (6)$$

$$\rho_g \left( u_g \frac{\partial w}{\partial x} + v_g \frac{\partial w}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho_g D_v \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (7)$$

Le deuxième terme du second membre de l'équation (6) représente le terme de diffusion enthalpique.

### 2.3. Conditions aux limites

Afin que notre problème soit complet, nous associons aux équations précédentes les conditions aux limites suivantes :

$$\text{- en } x=0 \quad u_1 = u(y), \quad T_1 = T_c, \quad u_g = u_\infty, \quad T_g = T_\infty, \quad w = w_\infty \quad (8)$$

$$\text{- à la paroi } (y=0) : \quad u_1 = v_1 = 0, \quad -(\lambda_1 + \lambda_{1,t}) \frac{\partial T_1}{\partial y} = q_p(x) \quad (9)$$

- à l'interface gaz-liquide ( $y=\delta$ ), les solutions numériques dans le film liquide et dans la couche limite gazeuse doivent satisfaire aux conditions suivantes :

1. La continuité de la vitesse, de la température et de la contrainte de cisaillement est exprimée par :

$$u_1 = u_g = u_i, \quad T_1 = T_g = T_i \quad \text{et} \quad \left( (\mu_1 + \mu_{1,t}) \frac{\partial u_1}{\partial y} \right)_i = \left( \mu_g \frac{\partial u_g}{\partial y} \right)_i \quad (10)$$

2. En considérant que la solubilité de l'air dans le film liquide est négligeable, La vitesse transversale du mélange air-vapeur à l'interface est donnée par :

$$v_{g,i} = - \left( \frac{D_v}{1-w_i} \right) \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)_i \quad (11)$$

3. Supposant que l'interface est en équilibre thermodynamique et le mélange air-vapeur est un gaz parfait, la fraction massique de la vapeur d'eau peut être calculée par [15] :

$$w_i = \frac{M_v P_{v,i}}{M_a (P_\infty - P_{v,i}) + M_v P_{v,i}} \quad (12)$$

Où  $P_{v,i}$  est la pression partielle traduisant l'état de saturation de la vapeur à l'interface du film d'eau.

4. La continuité du flux de chaleur donne :

$$- \left( (\lambda_1 + \lambda_{1,t}) \frac{\partial T_1}{\partial y} \right)_i = - \left( \lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial y} \right)_i + \dot{m} h_L \quad \text{avec} \quad \dot{m} = -(\rho_g v_g)_i \quad (13)$$

$$- \text{A la frontière extérieure de la phase gazeuse } (y \rightarrow \infty) : u_g = u_\infty, \quad T_g = T_\infty, \quad w = w_\infty \quad (14)$$

5. Nous rajoutons aux équations ci-dessus l'équation de conservation du débit massique pour le film liquide :

$$\Gamma_c = \int_0^x \dot{m} dx + \int_0^\delta \rho_1 u_1 dy \quad (15)$$

D'après l'équation (13), l'échange de chaleur entre le film liquide et le gaz en présence d'une évaporation dépend de deux facteurs reliés : le gradient de température à l'interface de film, ayant pour résultat le transfert de chaleur par mode sensible, et le taux de transfert de masse, ayant pour résultat le transfert de chaleur en mode latent. Le total des flux de chaleur échangés par convection à l'interface entre le film et l'écoulement d'air peut être exprimé comme suit :

$$q_i = q_{s,i} + q_{L,i} = \left[ -\lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial y} \right]_i + \dot{m}_i h_L \quad (16)$$

Afin de généraliser les résultats de transfert thermique, les nombres locaux de Nusselt  $Nu_s$  et  $Nu_L$  sont définis le long de l'interface gaz-liquide par :

$$Nu_s = \frac{x}{(T_i - T_\infty)} \left( -\frac{\partial T_g}{\partial y} \right)_i ; \quad Nu_L = \frac{x(\dot{m}_i h_L)}{\lambda_g (T_i - T_\infty)} \quad \text{avec} \quad Nu_x = Nu_s + Nu_L \quad (17)$$

En basant sur le coefficient de diffusion massique dans la phase gazeuse, le nombre local de Sherwood est défini par :

$$Sh = \frac{x}{(w_i - w_\infty)} \left( -\frac{\partial w}{\partial y} \right)_i \quad (18)$$

### 3. MODEL DE TURBULENCE

Beaucoup de modèles de turbulence ont été développés par des auteurs [16-17] pour déterminer la viscosité turbulente d'un ruissellement de film liquide. Vue la théorie d'atténuation de la viscosité turbulente à l'interface gaz-liquide [18-20], le modèle modifié de van Driest suggéré par Yih et Liu [16] et celui d'atténuation de la viscosité turbulente déduit par Bin [18] sont adoptés ci-dessus. Par conséquent la viscosité turbulente peut être déterminée selon deux régions du film liquide, pour  $y/\delta < 0.6$ ,

$$\frac{\mu_{1,t}}{\mu_1} = -0.5 + 0.5 \left\{ 1 + 0.64 y^{+2} \left( \frac{\tau}{\tau_w} \right) \times \left[ 1 - \exp \left( - \frac{y^+}{A^+} \left( \frac{\tau}{\tau_w} \right)^{1/2} \right) \right]^2 f^2 \right\}^{1/2} \quad (19)$$

Où  $A^+ = 25.1$ ,  $y^+ = y u^* / \nu$  et  $f = \exp[-1.66(1 - \tau/\tau_w)]$  est un facteur d'atténuation. Pour  $0.6 < y/\delta \leq 1$ , la viscosité turbulente est prise comme constante et égale à sa valeur en  $y/\delta = 0.6$ . La conductivité turbulente  $\lambda_{1,t}$ , peut alors être obtenue en introduisant le nombre de Prandtl turbulent  $Pr_t$  comme :  $\lambda_{1,t} = \mu_{1,t} c_{p,l} / Pr_t$

Pour déterminer la viscosité turbulente, nous utilisons un modèle de Van Driest et modifié par Yih et Liu [16]. Le nombre de Prandtl turbulent est évalué par :

$$Pr_t = \frac{1 - \exp \left[ - y^+ (\tau/\tau_w)^{1/2} / A^+ \right]}{1 - \exp \left[ - y^+ (\tau/\tau_w)^{1/2} / B^+ \right]} \quad (20)$$

Où  $B^+$  est donnée par Habib et Na [21] à partir des données expérimentales en fonction du nombre de Prandtl comme suit :

$$B^+ = Pr^{-1/2} \sum_{n=1}^5 C_n (\log_{10} Pr)^{n-1} \quad \text{où } C_1=34.96, C_2=28.97, C_3=33.95, C_4=6.33, C_5=-1.186 \quad (21)$$

#### 4. METHODE DE RESOLUTION

Les équations de transferts sont discrétisées à l'aide de la méthode aux différences finies totalement implicite. Nous avons utilisé un maillage non uniforme suivant la direction longitudinale et transversale. Plus précisément, nous considérons le maillage suivant :  $\mathbf{D}_{j1} = 2.921 \cdot 10^{-3} \text{ m}$  et  $\mathbf{D}_{j2} = 1.005 \cdot \mathbf{D}_{j-1}$  ; dans le film liquide,  $\mathbf{D}_{j1} = 1.227 \cdot 10^{-5} - 2.245 \cdot 10^{-5} \text{ m}$  et  $\mathbf{D}_{j2} = 0.95 \cdot \mathbf{D}_{j-1}$  ; dans l'écoulement gazeux,  $\mathbf{D}_{j1} = 8.944 \cdot 10^{-5} \text{ m}$  et  $\mathbf{D}_{j2} = 1.005 \cdot \mathbf{D}_{j-1}$ . Cette discrétisation conduit à des systèmes d'équations algébriques que l'on écrit sous la forme  $\mathbf{A} \mathbf{y} = \mathbf{F}$  où  $\mathbf{y}$  représente les grandeurs  $u_k, T_k$  ou  $w$  ;  $\mathbf{A}$  étant une matrice tridiagonale à coefficients variables et  $\mathbf{F}$  représente le second membre. Ces systèmes d'équations sont résolus en utilisant l'algorithme de Thomas [22]. Un calcul itératif est nécessaire pour que la conservation du débit massique et la continuité des flux massique et thermique à l'interface liquide-gaz soient vérifiées. La détermination du maillage optimum qui représente un bon compromis entre le critère de stabilité de l'algorithme de Thomas et une occupation mémoire acceptable nous a conduit à utiliser un maillage de  $301 \times 31$  pour le liquide et à  $301 \times 501$  pour la phase vapeur.

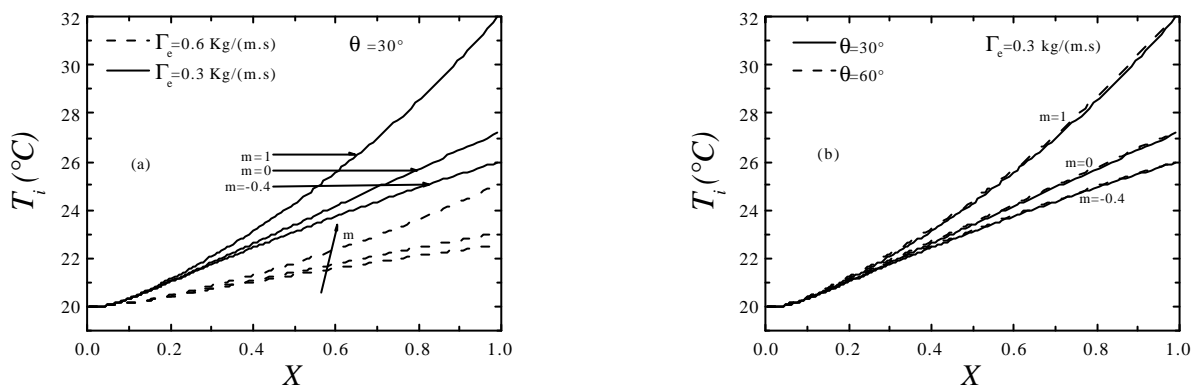
#### 5. RESULTATS ET DISCUSSION

Notre étude est appliquée à un film d'eau ruisselant en régime turbulent sur une plaque inclinée et en présence d'une convection d'air mixte laminaire. La surface de la plaque est soumise à des flux de chaleur pariétaux non-uniforme ( $q_p(x) = q_0 e^{mx}$ ). Les calculs de simulation sont effectués en fixant les conditions suivantes :  $L=1\text{m}$ ,  $T_c=293.15 \text{ °K}$ ,  $T_\infty=293\text{°K}$ ,  $Hr=50\%$  et  $q_0=10 \text{ kW/m}^2$ . Les valeurs du nombre de Reynolds ( $Re_L$ ) pour le liquide sont supérieures aux valeurs limites du régime laminaire.

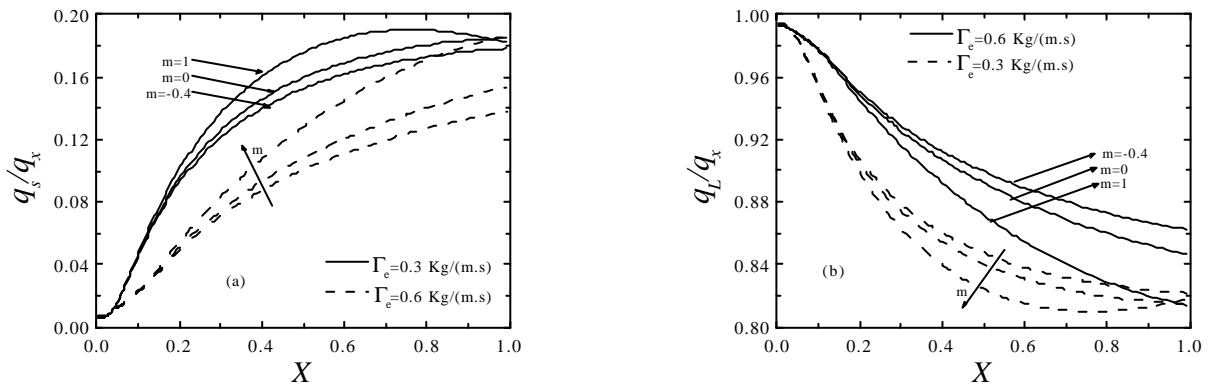
Sur les figure 2a et 2b, nous présentons une comparaison du degré du chauffage de la surface du film liquide en faisant varier le débit massique à l'entrée du film liquide ( $\Gamma_c=0.3$  et  $0.6 \text{ kg/m.s}$ ) ainsi que l'exposant  $m$  de la loi exponentielle de la variation du flux de chaleur pariétal ( $m=-0.4, 0$  et  $1$ ). La convection d'air externe est considérée comme étant mixte et la plaque ayant une inclinaison varie de  $30^\circ$  à  $60^\circ$ . La figure 2a montre l'évolution de la température de l'interface du film en fonction de l'abscisse longitudinale  $X$  ( $x/L$ ) pour deux valeurs du débit massique du film à l'entrée. On constate que les températures  $T_i$  augmentent selon  $X$  et qui s'explique par la quantité de chaleur transférée au film d'eau par le chauffage continue de la plaque. Au fur et à mesure que l'on augmente le débit du film, le transfert de chaleur par convection-conduction au travers le film diminue et par conséquent la température de l'interface du film  $T_i$  diminue. L'augmentation de l'exposant  $m$  se traduit par une augmentation du chauffage pariétale, ce qui ramène à une élévation de la température de l'interface du film. Ce résultat est remarquable sur la figure 2b mais l'inclinaison de la plaque reste sans influence clair sur l'évolution de la température du film.

L'analyse de l'évolution en fonction de l'abscisse du rapport entre la densité de flux de chaleur sensible ( $q_s$ ) et la densité du flux de chaleur totale ( $q_x$ ) traversant l'interface du film d'eau montre que ce rapport est une fonction croissante de l'abscisse  $X$  lorsque la température de l'air reste inférieure à celle du liquide (Figure 3a). Donc, La quantité de chaleur transférée par mode sensible au mélange air-vapeur d'eau est une fonction croissante de

l'abscisse adimensionnelle  $X$ . On peut dire encore que l'écart entre la température de l'ambiance et la phase liquide conditionne généralement l'intensité du flux de chaleur transféré du liquide à la phase vapeur. Ainsi, lorsque cet écart est négatif, l'apport de chaleur par convection est prédominant, l'évaporation est alors engendrée essentiellement par mode latent. Ce résultat est prouvé par la figure 3b qui montre que le rapport de la densité du flux de chaleur ( $q_L$ ) lié au transfert par mode latent sur la densité du flux de chaleur totale ( $q_x$ ) traversant l'interface du film d'eau décroît avec l'abscisse longitudinale adimensionnelle  $X$  et diminue au fur et à mesure qu'on augmente le débit massique d'entrée du film d'eau. On constate que le transfert de chaleur à l'interface s'effectue principalement sous forme latente car les valeurs du rapport ( $q_L/q_x$ ) restent comprise entre 80 et 100% et que les grandes valeurs de ce rapport se situe à l'entrée du film. En analysant l'effet du débit d'entrée du film sur les rapports des flux ( $q_s/q_x$ ) et ( $q_L/q_x$ ), les figures 3a et 3b prouvent que lorsque le débit d'entrée du film d'eau augmente, le transfert de chaleur par mode sensible échangé à l'interface diminue par contre l'échange de chaleur par mode latent devient de plus en plus important. En augmentant l'exposant  $m$  revient à augmenter le chauffage de la plaque et dont une augmentation de la température de l'interface du film et par conséquent, le transfert par mode sensible sera favorisé par rapport au transfert de chaleur par mode latent (figures 3a et 3b).



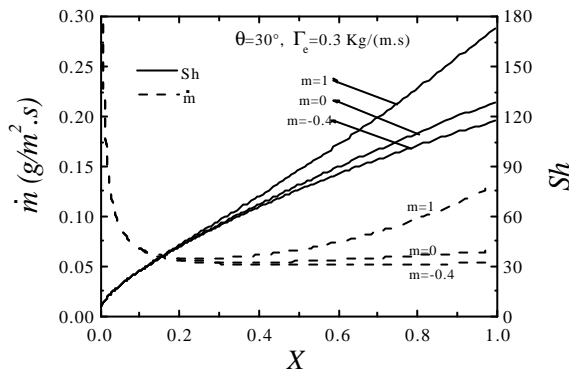
**Fig. 2 :** Variations longitudinales dans une convection mixte de la température de l'interface du film  $T_i$  pour différentes valeurs de l'exposant  $m$ . (a) effet de débit massique  $\Gamma_e$ , (b) effet de l'inclinaison  $\theta$  de la plaque.



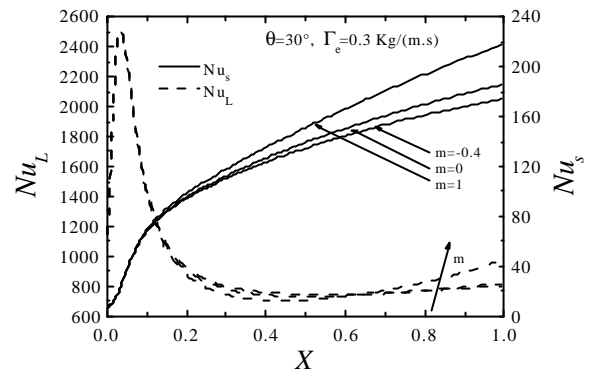
**Fig. 3 :** Variations longitudinales des rapports des flux de chaleur échangés à l'interface du film pour différents débits d'entrée du film d'eau et pour  $\theta=30^\circ$ . (a) rapport ( $q_s/q_x$ ), (b) rapport ( $q_L/q_x$ )

Comme on peut l'observer sur la figure 4, le nombre de Sherwood local est une fonction croissante de l'exposant  $m$  de la loi exponentielle traduisant le chauffage de la plaque et de l'abscisse adimensionnelle  $X$ . Cette évolution est liée à l'accroissement de l'évaporation par convection mixte de l'air et de la concentration en vapeur d'eau le long de l'écoulement. En observant cette figure, on constate que les transferts de masse ne vont être sensible au chauffage de la plaque par l'augmentation de l'exposant  $m$  qu'au delà de l'abscisse  $X=0.3$  à cause de la nature de loi exponentielle exprimant la densité de chaleur imposée à la plaque. Nous remarquons que la variation du débit massique évaporée le long de l'interface diminue brusquement d'une grande valeur dans la zone  $X < 0.3$ . Au delà de  $X=0.3$ , il s'approche à une certaine valeur fixée par l'exposant  $m$ , de l'humidité de l'air ambiant ainsi que le débit du film liquide (Figure 4).

L'évolution des nombres de Nusselt locaux liés au transfert de chaleur par mode sensible et latent est illustrée sur la figure 5. En observant cette figure, nous constatons d'après les valeurs de  $Nu_L$  et  $Nu_s$  que l'échange de chaleur le long de l'interface liquide-gaz se produit principalement sous forme latente. L'augmentation de chauffage non uniforme à travers l'exposant  $m$  n'a des effets sur l'échange de chaleur par mode latent qu'au delà de la zone  $X=0.3$ . Sur la même figure, le nombre de Nusselt  $Nu_s$  représente les mêmes variations que le débit massique évaporé vues dans la figure 4, elle présente une diminution brusque dans la zone  $X \leq 0.3$  causée par les effets des conditions d'entrée de la plaque. Au delà de la valeur  $X=0.3$ , l'échange de chaleur par mode sensible reste faible et l'exposant  $m$  n'a pratiquement pas d'effet remarquable.

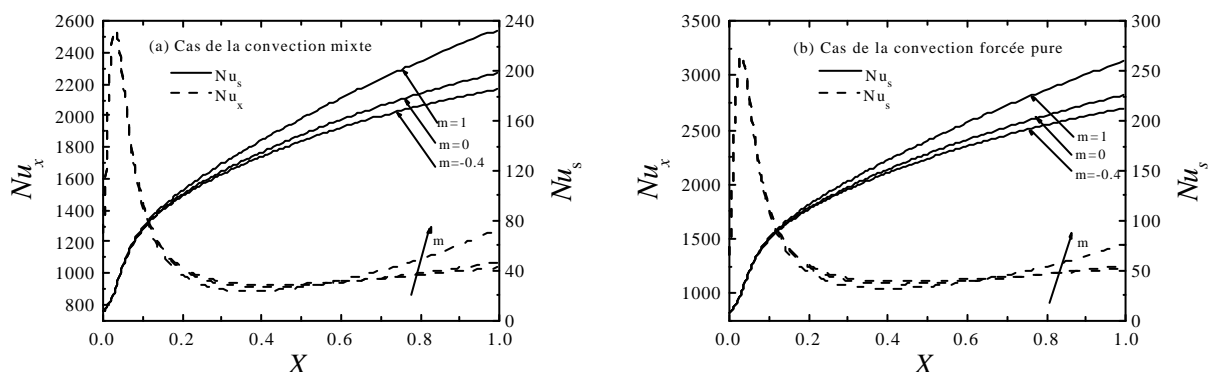


**Fig. 4 :** Variations longitudinales du débit massique évaporé ( $\dot{m}$ ) et du nombre de Sherwood ( $Sh$ ) pour différentes valeurs de  $m$ .



**Fig. 5 :** Variations longitudinales des nombres de Nusselt ( $Nu_x$ ,  $Nu_s$ ) pour différentes valeurs de l'exposant  $m$ .

Pour faire une étude comparative des effets des deux types de convections sur l'échange de chaleur à l'interface du film liquide, nous envisageons les deux cas limites d'une convection mixte ( $u_\infty=0.3$  m/s) et d'une convection purement forcée ( $u_\infty=1.0$  m/s). Les résultats sont présentés sur la figure 6 pour une inclinaison de la plaque ( $\theta=30^\circ$ ). La figure 6 illustre dans les deux cas les variations des nombres de Nusselt ( $Nu_x$ ,  $Nu_s$ ) en fonction l'abscisse adimensionnelle  $X$  pour une humidité relative de l'air de 50%. Cette figure montre que la présence d'une convection naturelle ou mixte rend le transfert moins intense que celui engendré par la convection forcée, ceci est évident car la vitesse de l'écoulement l'air est un facteur favorisant les échanges thermique et massique au niveau de l'interface du film. Quant à la loi exponentielle exprimant le chauffage pariétal le long de la plaque garde toujours un effet similaire dans les deux types de convection, mixte ou forcée. En augmentant l'exposant  $m$  le chauffage devient intense, ce qui favorise l'augmentation de la température de l'interface du film et par conséquent, l'échange de chaleur sensible et totale subit une amélioration selon le type de convection au niveau de l'interface liquide-mélange air-vapeur.



**Fig. 6 :** Variations longitudinales des nombres de Nusselt ( $Nu_x$ ,  $Nu_s$ ) pour trois conditions de chauffage pariétal et pour deux types de convection, mixte et purement forcée ( $\Gamma_c=0.3$  Kg/m.s,  $\theta=60^\circ$ )

## 6. CONCLUSION

On procède à une analyse numérique de l'évaporation en convection mixte d'un film d'eau ruisselant en régime turbulent le long d'une paroi plane inclinée soumise à une densité de flux de chaleur variable. Nous avons montré que l'augmentation de l'exposant  $m$  de la loi exponentielle ( $q_p(x) = q_0 e^{mx}$ ) favorise le chauffage de la surface du film ainsi que l'échange de chaleur par mode sensible. La température de la surface du film est une fonction décroissante en fonction du débit d'entrée du film liquide et elle reste sans influence remarquable en fonction de l'inclinaison de la plaque. Selon les conditions fixées par nos calculs, l'échange de chaleur est dominé par mode latent. La présence d'une convection naturelle ou mixte rend le transfert moins intense que celui engendré par la convection forcée.

## REFERENCES

- [1] Ouldhadda D., Il Idrissi A., Laminar flow and heat transfer of non-Newtonian falling liquid film on a horizontal tube with variable surface heat flux. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 28, 8, 1125-1135 (2001).
- [2] Seban R. A., Faghri A., Evaporation and heating with turbulent falling liquid films, *ASME J. Heat Tran.* 98, 315-318(1976).
- [3] Tsay Y. L., Lin T. F. & Yan W. M. Cooling of a falling liquid film through interfacial heat and mass transfer. *Int. J. Multiphase Flow*, 16, 855-865 (1990).
- [4] Tsay Y. L., Lin T. F., Evaporation of heated falling liquid film into a laminar gas stream. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 11, 61-71 (1995).
- [5] Baumann W. W. & Thiele F., Heat and mass transfer In evaporating two component liquid film flow. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 33, 267-273 (1990).
- [6] Feddaoui M., Belahmidi E., Mir A., Bendou A., Numerical study of the evaporative cooling of liquid film in laminar mixed convection channel flows", *Int. J. Thermal Science*, 40, 1011-1020 (2001).
- [7] Schröppel J., Thiele F., On the calculation of momentum, heat and mass transfer in laminar and turbulent boundary layer flows along a vaporizing liquid film, *Num. Heat Tran.* B6 475-496 (1983).
- [8] Shembharkar, T.R., Pai B. R., Prediction of film cooling with a liquid coolant. *Int. J. Heat Mass transfer*, 26, 899-908 (1986).
- [9] Yan W. M. & Soong C. Y., Numerical Study of Liquid Film Cooling along in a turbulent gas stream. *Int. J. Heat Mass transfer*, 36, 3877-3885 (1993).
- [10] Agunaoun A., Daif A., Barriol R. & Daguene M.. Evaporation en convection forcée d'un film mince s'écoulant en régime permanent, laminaire et sans onde sur une surface plane inclinée. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 37, 2947-2956 (1994).
- [11] Yan W. M. & Soong C. Y., Convective heat and mass transfer along an inclined heated plate with film evaporation", *Int. J. Heat Mass transfer*, 38, 1261-1269 (1995).
- [12] Meszaache E., Daguene M., Etude numérique de l'évaporation dans un courant d'air humide laminaire et turbulent d'un film d'eau ruisselant sur plaque inclinée. *The Canadian Journal of Chemical engineering*, 78, 994-1005 (2000).
- [13] Song B., Inaba H., Horibe A., Ozaki K., Heat and mass transfer of water film falling down a tilted plate with radiant heating and evaporation, *Heat and mass transfer*, 34, 387-393 (1999).
- [14] Song B., Inaba H., Horibe A., Ozaki K., Heat, mass and momentum transfer of a water film flowing down a tilted plate exposed to solar irradiation. *Int. J. Therm. Sci.* 38, 384-397 (1999).
- [15] Gandhidasan P., Heat and mass transfer in solar regenerators, In : Cheremisinoff N.P. (Ed.), *Handbook of Heat and Mass Transfer*, Vol. 2, Gulf Publishing Company, Houston, Chapter 37 (1986).
- [16] Yih S.M., Liu J.L., Prediction of heat transfer in turbulent falling liquid films with or without interfacial shear, *AICHE J.*, 29, 903-909 (1983).
- [17] Abdulmalik A., Alhousseini, Chen C., Transport phenomena in turbulent falling films, *Ind. Eng. Chem. Res.* 39 2091-2100 (2002).
- [18] Bin A. K., Mass transfer into a turbulent liquid film, *Int. J. Heat Mass transfer* 26, 981-991 (1983).
- [19] Grossman G., Heath M.T., Simultaneous heat and mass transfer in absorption of gases in turbulent liquid films, *Int. J. Heat Mass transfer*, 27, 2365-2376 (1984).
- [20] Stevanovic V.D., An analytical model for gas absorption in open channel flow, *Int. Comm. Heat Mass transfer*, 24, 1187-1194 (1997).
- [21] Habib I. S., Na T. P., "Prediction of heat transfer in turbulent pipe flow with constant wall temperature", *J. Heat Transfer*, vol. 96, pp.253 (1974).
- [22] Patankar S. V., Numerical heat transfer and fluid flow. Hemisphere / McGraw, New York (1980).