

L'EFFET D'UN OBSTACLE SUR LE TRANSFERT THERMIQUE EN CONFIGURATION CYLINDRIQUE

K. Choukairy et R. Bennacer
Université de Cergy-Pontoise, LEEVAM
Rue d'Eragny, 95031
Neuville sur Oise cedex, France

RESUME :

Les transferts par convection naturelle sont fréquemment utilisés dans les différents procédés et sont également rencontrés dans diverses situations dans la nature. Afin d'améliorer ces transferts sans modifier la géométrie, il est possible de perturber l'écoulement d'origine par un obstacle le long du trajet de l'écoulement. Cet obstacle modifie la structure de l'écoulement et affecte les transferts locaux. Cette modification est plus prononcée dans une configuration cylindrique au vu de la dissymétrie des écoulements résultants. L'effet d'un obstacle sur le transfert thermique, induit par convection naturelle, est étudié numériquement. La configuration considérée est celle du domaine annulaire, les parois verticales sont maintenues à des températures différentes et uniformes alors que les parois horizontales sont adiabatiques. L'écoulement est considéré bidimensionnel, la variation de la masse volumique est régit par l'approximation de Boussinesq. L'effet de la dimension (son épaisseur et sa hauteur) et la conductivité de l'obstacle sur le transfert sont analysés et des recommandations de choix judicieux ont été dégagées.

Mots clés : Convection naturelle, cylindrique, obstacle, hétérogène.

NOMMENCLATURE

A	Rapport de forme, $A=H/L$
g	Accélération de la gravité [$m\ s^{-2}$]
Gr_T	Nombre de Grashof thermique, $\rho\ g\ \beta_T\ \Delta T\ H^3/\nu^2$
H, L	Hauteur, largeur du domaine $L = r_i' - r_0'$
R	Courbure du cylindre, $R = L/r_0'$
Nu	Nombre de Nusselt moyen
P	Pression sans dimension
Pr	Nombre de Prandtl, ν/α
T	température [K]
$u^*(w^*)$	composante de vitesse radiale (axiale) [m/s]
$u(w)$	les composantes adimensionnelles des vitesses, $u^* H/\nu$ ($w^* H/\nu$)
$r^*(z^*)$	Système de coordonnées [m]
$r(z)$	Coordonnée sans dimension, r^*/H (z^*/H)
h^*, e^*	Taille de l'obstacle [m]
h, e	Taille de l'obstacle sans dimension, h^*/H , e^*/H
ψ_{max}	le maximum de la fonction de courant m

Symboles Grec

α	Diffusivité thermique [$m^2\ s^{-1}$]
β_T	Coefficient d'expansion volumétrique [K^{-1}]
θ	Température sans dimension, $(T - T_o) / \Delta T$
ΔT	Différence de température appliquée au domaine, $T_h - T_c$
μ	Viscosité dynamique du fluide [$kg\ m^{-1}\ s^{-1}$]
ν	Viscosité cinématique, [$m^2\ s^{-1}$]

1 INTRODUCTION

Les études numériques et expérimentales sur l'effet d'ajout d'obstacle dans des configurations en convection naturelle sont peu nombreuses, et la plupart des études faites portent sur l'effet de l'obstacle sur une plaque plane Vermeulen (1995), Murat (1997). L'autre catégorie d'étude concerne le partitionnement dans un canal Said (1990), Prasad (1995) et Tanda (1997). Dans les réservoirs de stockage d'énergie c'est principalement la configuration cylindrique qui est utilisée. On propose dans cette étude l'effet d'adjonction d'un obstacle sur les transferts dans de telle configuration (cylindrique). Ceci permettra d'illustrer la particularité et l'intérêt de telles configurations car elles sont caractérisées par des champs dissymétriques.

Après la présentation des équations qui gouvernent la physique du problème et la méthode numérique utilisée, on illustre l'effet de quelques paramètres importants, tels que les dimensions de l'obstacle. Ces effets sont analysés pour deux cas extrêmes de conductivité d'obstacle : conducteur et isolant.

2. MODELISATION

Le domaine étudié consiste en l'espace entre deux cylindres coaxiaux verticaux dont les parois verticales sont maintenues à des températures différentes alors que les parois horizontales sont supposées adiabatiques (voir Fig. 1). L'obstacle, de forme annulaire, est placé à l'intérieur du domaine et modifie à la fois l'écoulement (obligé de le contourner) et le champ de température par la conduction supplémentaire au travers du bloc.

Les transferts radiatifs ainsi que les dissipations visqueuses sont supposées négligeables. La masse volumique dépend linéairement de la température que dans le terme de force de volume :

$$(\rho - \rho_0)/\rho_0 = \beta_T (T - T_0) \quad \text{ou} \quad \beta_T = -1/\rho \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$$

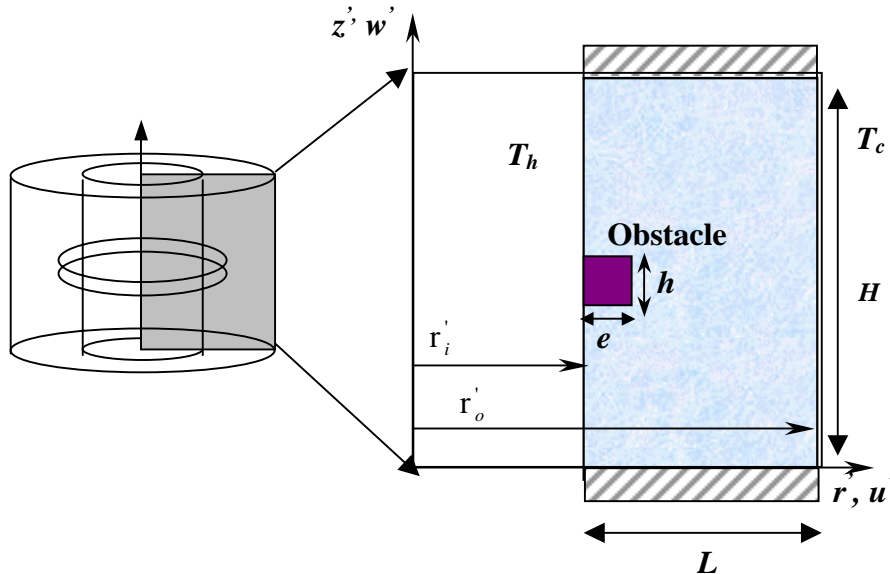


Fig.1 - Configuration étudiée

2.1 Mise en équation

Pour écrire le système d'équation sous forme adimensionnelle, on choisit la hauteur de la cavité comme grandeur de référence, et pour le temps et la vitesse de référence des grandeurs de référence basées sur la viscosité cinématique.

En termes dimensionnés, les équations de conservation s'écrivent sous la forme suivante

conservation de masse $\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0$ (1)

quantité de mouvement $\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \nabla^2 w + Gr_T \theta$ (2)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \nabla^2 u - \frac{u}{r^2}$$
 (3)

Energie

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial r} + w \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{1}{Pr} \nabla(k^r \nabla \theta) \quad (4)$$

Où $u, w, p, \rho, g, \alpha, k^r$ indique respectivement les composantes horizontale et verticale de la vitesse, la viscosité cinématique, la pression, la masse volumique, l'accélération de la pesanteur, la température, la diffusivité thermique et le rapport de diffusivité du solide et du fluide

$$(r, z) = (r^*, z^*)/H, \quad t = t^* v/H^2, \quad (u, w) = (u^*, w^*)H/v \quad \text{et} \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}$$

Les paramètres non-dimensionnels qui caractérisent le problème sont les nombres classiques Grashof et Prandtl donné respectivement par : $Gr_T = g \beta_T \Delta T H^3 / \nu^2$ et $Pr = \nu/\alpha$.

Les conditions aux limites aux parois sont de type non-glisement ($u=w=0$) pour la dynamique et pour la thermique on a :

$$r = r_i' \quad \theta = 1 \quad r = r_0' \quad \theta = 0 \quad z=0, 1 \quad \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

Le nombre de Nusselt moyen le long de la paroi chaude est définie par : $Nu_i = \int_0^1 k^r \frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{r=r_i} dz$ où

$k^r = k_m / k_f$, où k_m représente respectivement la conductivité thermique du solide (à l'intérieur du bloc) et elle représente la conductivité du fluide du fluide k_f (à l'extérieur du bloc)

2.2 Procédure numérique

Les équations couplées (1) à (4) avec les conditions aux limites sont résolues en utilisant la méthode de volume finis. Cette méthode classique est décrite par Patankar (1980). La résolution est faite en variables primitives et le couplage vitesse-pression est résolu en utilisant un couplage des algorithmes SIMPLER-SIMPLEC. On utilise un maillage irrégulier resserré près des parois du cylindre et autour de l'obstacle où les forts gradients sont rencontrés (fig.2). La solution est obtenue quand le maximum d'erreur pour chacune des équations est inférieur à 10^{-9} . La validité du code de calcul a préalablement été faite voir (Choukairy *et al.*), 2002).

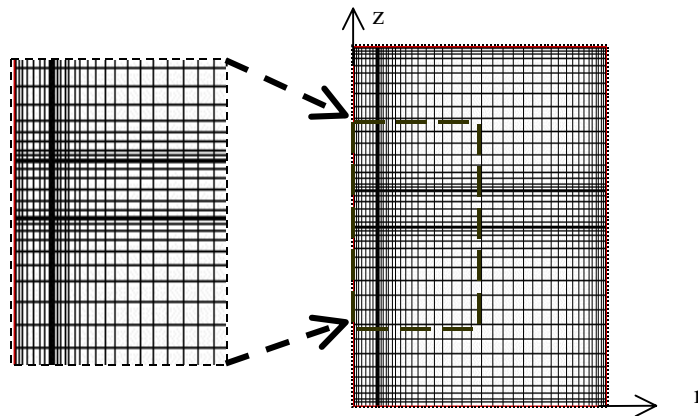


Fig. 2 - Représentation du maillage irrégulier illustrant le raffinement autour du bloc

3 RESULTATS

On a considéré à la fois un bloc de conductivité faible(isolant) et élevée (conducteur). Le bloc est placé à proximité immédiate du cylindre intérieur et son épaisseur (l'obstacle) varie de $e=0$ (sans obstacle : cas de référence) à $e=1$ où l'obstacle couvre toute la largeur de la cavité.

La figure.3 représente la variation de Nusselt moyen (paroi chaude) avec l'épaisseur de l'obstacle pour les deux conductivités thermiques extrême ($k^r = 1$ et 300). Les résultats représentés sur cette figure sont pour une hauteur d'obstacle égale à 0.1.

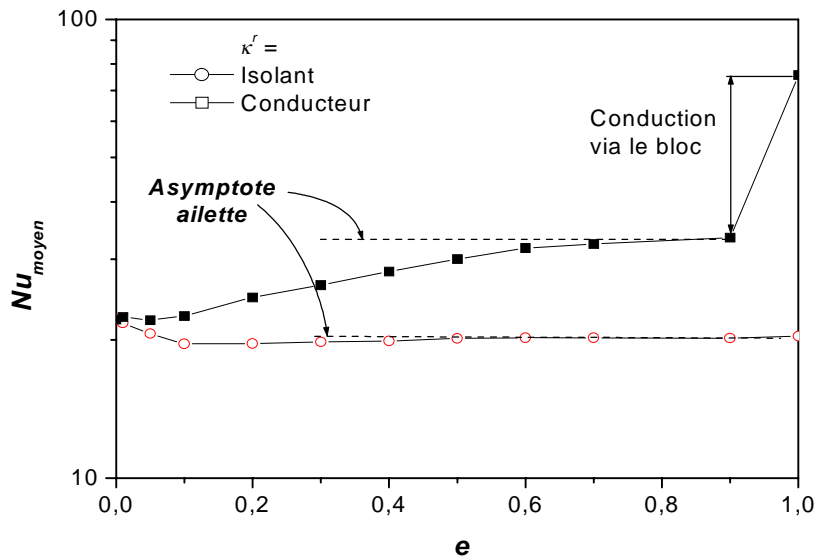


Fig. 3 - La variation de Nusselt moyenne avec l'épaisseur de l'obstacle pour une hauteur d'obstacle $h = 0.1$

Ces résultats illustrent clairement l'effet de l'obstacle sur les transferts où l'on remarque globalement un accroissement des transferts (par rapport au cas de référence sans bloc) pour les conductivités élevées et une décroissance pour les faibles valeurs de conductivités.

On remarque divers comportements :

- Pour une épaisseur de l'obstacle inférieure à la taille de la couche limite ($\delta \approx 0.1$), le transfert décroît avec l'augmentation de la taille de l'obstacle. Ceci est dû à l'atténuation de l'intensité de l'écoulement et à l'augmentation de la résistance thermique due à l'ajout de l'obstacle.
- A partir de $e=0.1$, le transfert croît et atteint une valeur asymptotique. L'accroissement global résulte de l'accroissement de la surface d'échange qui compense la précédente décroissance. Le comportement asymptotique correspond au cas d'ailette à longueur suffisamment importante.
- On a une seconde augmentation pour $e=1$, dans ce cas la cavité est constituée de trois parties distinctes. Le transfert se compose d'une contribution purement conductif sur l'obstacle et deux échanges convectifs au sein des deux sous domaines résultant du partitionnement.

Afin d'illustrer la variation du transfert avec l'épaisseur de l'obstacle la figure 4 représente la variation du Nusselt local le long de la paroi chaude pour différente valeur de e et ce pour le cas d'un obstacle à faible conductivité.

On remarque qu'en amont de l'obstacle, les courbes coïncident pour toutes les épaisseurs d'obstacle est ceci est dû à la couche limite séparée. L'écoulement est entièrement dominé par les effets convectifs, il est caractérisé globalement par la présence d'une couche limite descendante le long de la paroi froide et ascendante le long de la paroi chaude. Par contre le transfert au niveau du bloc et en aval sont affectés.

Au niveau de l'obstacle, on a une diminution de transfert qui résulte du couplage de la conduction au travers du bloc et de la convection autour de l'obstacle. La convection autour de l'obstacle résulte de la modification de l'écoulement autour de l'obstacle. Pour un matériau isolant, la contribution conductive est inférieure à la possible contribution convective.

En aval immédiat de l'obstacle on observe l'apparition d'une zone à faible échange qui se manifeste par l'éloignement du maximum de transfert local de l'obstacle. Cette décroissance s'explique par : la faiblesse de l'échange conductif au travers du bloc et la particule fluide qui longe l'obstacle s'homogénéise en température avec sa voisine (de droite) et voit sa température baisser. A la sortie de l'obstacle l'écart de température entre la particule et la paroi chaude est plus important. Ceci fait accroître le gradient de température (pour les faibles e) et donc les transferts en aval du bloc.

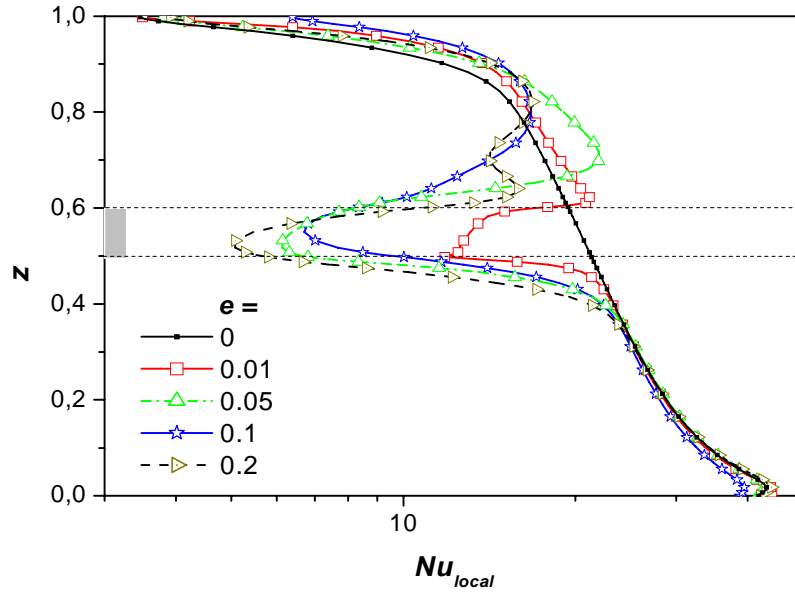


Fig. 4 - Nusselt local le long de la paroi chaude pour différente épaisseur de l'obstacle ($h=0.1, k' = 1$)

Pour le cas d'un conducteur, On a remarqué une augmentation des transferts par rapport au cas de référence (fig. 3). Cet accroissement est dû à l'augmentation de la surface d'échange et la faiblesse de la résistance conductive au niveau de l'obstacle. La Figure 5 représente la variation de Nusselt local le long de la paroi chaude pour différente épaisseur de l'obstacle. Cette figure illustre clairement l'accroissement du transfert local au niveau du bloc qui induit un accroissement du transfert global.

Par ailleurs, il existe des valeurs intermédiaires de conductivité thermique pour lesquelles l'accroissement des transferts locaux au niveau de l'obstacle compense juste la décroissance en amont et en aval du bloc. Il en résulte des transferts moyens identiques entre le cas sans bloc et le cas avec un bloc de conductivité thermique particulière.

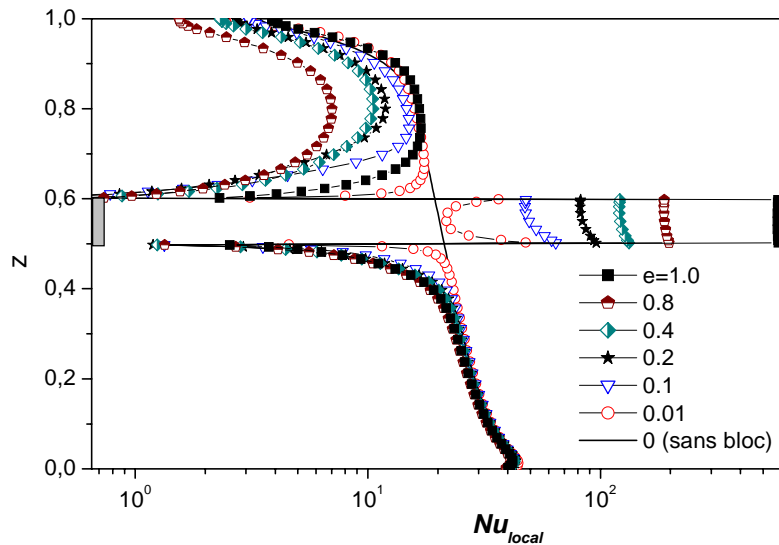


Fig. 5 - Variation de Nusselt local le long de la paroi chaude pour différentes épaisseurs de l'obstacle conducteur ($h=0.1$)

La précédente section a concerné l'effet de l'ajout de l'obstacle (positionné à mi-hauteur) ainsi que sa tendance a partitionné la cavité en deux cavités distinctes. Il en résulte un effet certain sur les transferts sur le bloc et en aval de ce dernier. On se propose donc dans cette section d'analyser l'effet du positionnement de l'obstacle. Le bloc

est positionné en bas de la cavité et on augmente sa hauteur de $h=0$ (sans obstacle) jusqu'à $h=1$ où l'obstacle couvre toute la hauteur du cylindre intérieure.

La Fig.6 représente l'effet de la hauteur de l'obstacle isolant et conducteur sur le transfert moyen au cylindre intérieur.

3.1 Cas de l'isolant

D'après cette figure on remarque que Le Nusselt moyen décroît linéairement avec la hauteur de l'isolant comme :

$$\overline{Nu} = -15.08 h + 22.16 \quad (6)$$

L'ajout de l'obstacle correspond à l'ajout d'une résistance thermique qui donne lieu à un transfert de chaleur plus faible. Ce résultat est illustré par le champ de température et l'écoulement illustré par la figure 7. Le champ de température illustre clairement la conduction sur le domaine solide et le caractère principalement radiale de la conduction pour $e > 0.3$. L'écoulement contourne le bloc qui couvre une hauteur de plus en plus importante et on atteint l'asymptote d'un nouveau problème convectif avec une courbure modifiée ($R=2.5$) et un écart de température plus faible appliqué au domaine fluide restant.

3.2 Cas du conducteur

Pour le cas d'un conducteur, on remarque une augmentation de transfert en augmentant la hauteur de l'obstacle, comme précédemment signalé l'utilisation d'obstacle augmente la surface d'échange ce qui augmente le transfert. On remarque par ailleurs que la variation de Nusselt moyen n'est pas linéaire avec la hauteur. On a une petite diminution de transfert pour $e=0.8$.

Ces non-linearité résulte d'un couplage entre différents phénomènes : ajout d'une résistance thermique ; accroissement de la section d'échanges ; modification de l'écart de température pour la convection en domaine fluide ; modification de la courbure du domaine fluide restant.

En regardant le champ d'écoulement (Fig.8), on remarque l'apparition d'une zone de recirculation de $e=0.6$ jusqu'à $e=0.8$, où elle atteint son maximum et elle disparaît pour $e=0.9$. La diminution du transfert précédemment signalé pour $e=0.8$ peut être due à cette zone stagnante.

L'accroissement du transfert entre les deux cas extrêmes $h=0$ et $h=1$ pour lesquelles l'écart de température appliqué au domaine fluide est sensiblement identique (Figure 8) résulte de la diminution de la largeur du domaine fluide et donc de la courbure ($R=2.5$) qui devient plus faible pour le cas de $h=1$ par rapport au cas $h=0$ où la courbure est de $R=3$.

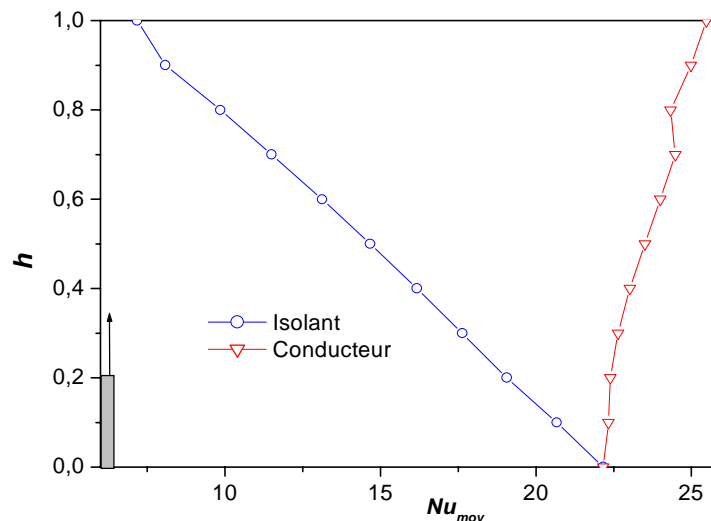


Fig. 6 - la variation de Nusselt moyen avec la hauteur de l'obstacle pour une épaisseur de l'obstacle $e=0.1$

CONCLUSION

On a présenté de façon succincte l'effet des dimensions du bloc sur les transferts de chaleur en configuration cylindrique. Le nombre de Nusselt local et moyen en fonction des dimensions de l'obstacle ont été analysées. Il a

été montré que l'accroissement ou la réduction du transfert de chaleur peut être obtenu par la modification des conductivités thermique du bloc via différents mécanismes.

1. L'existence de l'obstacle, augmente la résistance thermique ce qui diminue (pour les faibles conductivités) le transfert de chaleur
2. L'augmentation de la surface d'échange permet l'augmentation du transfert.
3. L'inclusion de l'obstacle modifie l'écoulement global et donc les transferts locaux. La résistance convective locale est affectée par le champ de vitesse local et doit assurer la conservation d'énergie à l'interface du bloc.

En conclusion le transfert de chaleur dans le cylindre muni d'obstacle peut augmenter ou diminuer selon le mécanisme prédominant. L'autre résultat (non présenté) intéressant réside dans la modification de la dynamique des transferts au cours du temps.

REFERENCES

1. Choukairy, K., Bennacer, R. et Duval, R. "*Natural convection in cylindrical configuration: effect of the obstacle on the instationnarities*", ASME IMECE, New Orléans 17-22 Novembre, (2002)
2. Desrayaud, G. & Fichera, A. 2002 "*Laminar Natural Convection In A Vertical Isothermal Channel With Symmetric Surface- Mounted Rectangular Ribs*". Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 23, (2002), pp. 519-529.
3. Murat, A., "*Dependence of the natural convection over a vertical flat plate in the presence of the ribs*", Int. comm. Heat Mass Transfer, Vol. 24, (1997), pp. 521-531,
4. Patankar, S., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, New York, (1980)
5. Prasad, V. et Amin, M.R., Effects of multiple obstructions on natural convection heat transfer in vertical channels. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 38, (1995), pp. 2039-2046.
6. Saïd, S.A.M. et Krane, R.J., "*An analytical and experimental investigation of natural convection heat transfer in vertical channels with a single obstruction*", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 33, (1990), pp. 1121-1134.
7. Tanda, G., "*Natural convection heat transfer in vertical channels with and without transverse square ribs*". Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 40, (1997), pp. 2173-2185.
8. Vermeulen, J.P., "*Étude de l'influence d'un obstacle sur le transfert thermique convectif en Convection naturelle*". Thèse de doctorat Université de Valenciennes et du Hainaut, France, (1997).

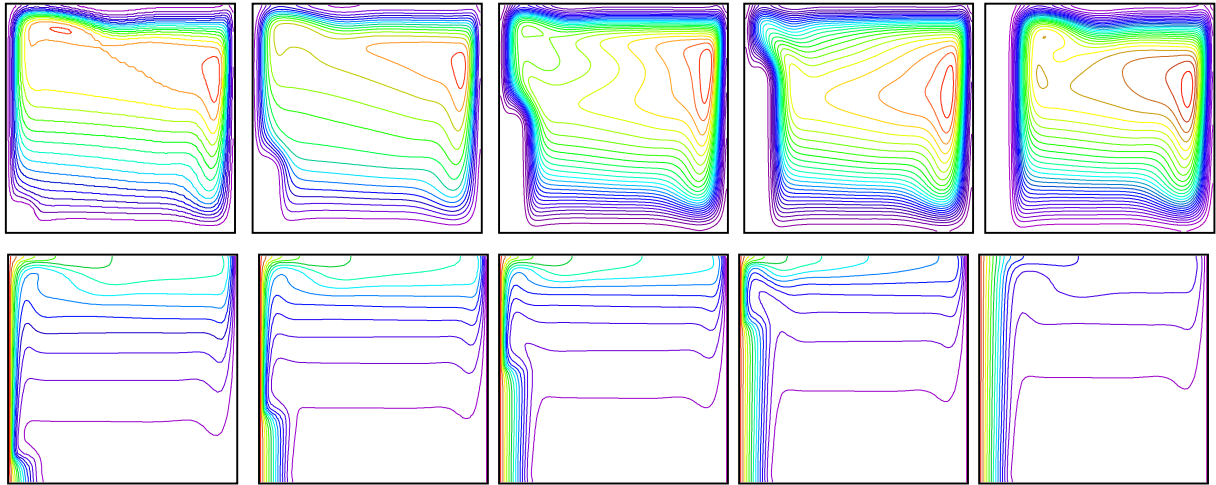


Fig. 7 - Les fonctions de courant a) et isothermes b) pour une hauteur égale respectivement à $h=0.1$; $h=0.3$; $h=0.5$; $h=0.7$; $h=1$; et (pour $e = 0.1$ et $k' = 1$) P_{simax} égale respectivement à $P_{\text{simax}} = 32$; 28; 25; 25 ; 27

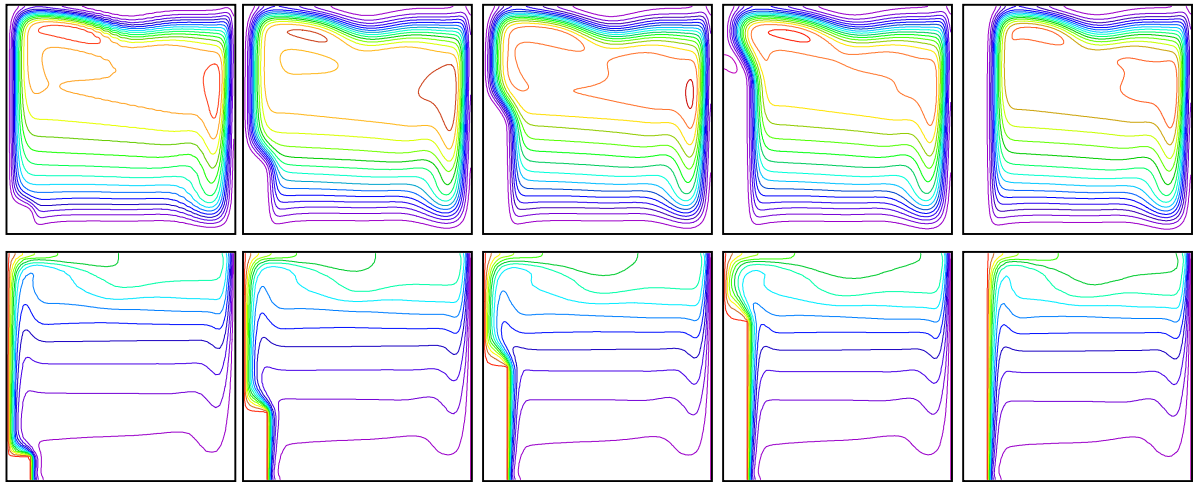


Fig. 8 - Les fonctions de courant a) et isothermes b) pour une hauteur égale respectivement à $h=0.1$; $h=0.3$; $h=0.5$; $h=0.7$; $h=1$; (pour $e = 0.1$ et $k' = 300$) et pour P_{simax} égale respectivement à $P_{\text{simax}} = 32$; 28; 25 ; 25 ; 27