

ETUDE DE LA CONVECTION NATURELLE DANS UN RESERVOIR CYLINDRIQUE VERTICAL

N. Retiel⁽¹⁾, E. Bouguerra⁽²⁾, Lahmar⁽³⁾

1. Université de Mostaganem, Département de Mécanique
B.P. 188 27000 Mostaganem (Algérie),
Fax: (213) 45 21 45 43, E-mail : retieln@yahoo.fr
2. Université de Blida, Département de Mécanique
Route de Soumâa, B.P.270 09000 BLIDA (ALGERIE)
3. Unité LTH Sonatrach Ain El-Bia Béthouia

RESUME

Ce travail se propose d'étudier l'écoulement naturel d'un fluide (Propane liquide, $Pr=3.5$) contenu dans un réservoir cylindrique vertical de rapport de forme $H/R=1$. Un flux de chaleur traversera la paroi verticale et/ou le fond du réservoir qui viendra échauffer le fluide. Les équations de conservation de la matière, de la quantité de mouvement et d'énergie ont été résolues numériquement pour obtenir le champ de vitesse et de température en faisant varier le nombre de Rayleigh ($10^3 \leq Ra \leq 10^6$). Nous utilisons la méthode des volumes finis basés sur une procédure itérative de correction de pression et de vitesse avec l'algorithme SIMPLER.

Mots clés : Ecoulement, convection naturelle, cylindre vertical, Propane liquide, flux de chaleur.

NOMENCLATURE

g: Accélération de la pesanteur [m/s^2]	u: Vitesse horizontale [m/s]
H : Hauteur de la cavité [m]	U: Vitesse horizontale adimensionnée
P : Pression du fluide [N/m^2]	v: Vitesse verticale [m/s]
Pr : Nombre de Prandtl= ν/α	v_r : Vitesse de référence [m/s]
q_0 : densité du flux de chaleur entrant [W/m^2]	V: Vitesse verticale adimensionnée
q_1, q_2 : densité du flux de chaleur sortant [W/m^2]	y: Coordonnée axiale[m]
r: Coordonnée polaire dimensionnée [m]	Y: Coordonnée axiale adimensionnée
R: Coordonnée polaire adimensionnée	Symboles grecs
R_0 : Rayon de la cavité [m]	α : Diffusivité thermique [m^2/s]
Ra: Nombre de Rayleigh thermique = $g\beta q_0 H^4 / \nu \alpha \lambda$	β : Coefficient d'expansion thermique [$1/^\circ K$]
T*: Température [$^\circ C$]	ν : Viscosité cinématique [m^2/s]
T: Température adimensionnée	ρ : Densité du fluide [kg/m^3]
ΔT : Ecart de température [$^\circ C$]	λ : Conductivité thermique [$W/m.^\circ C$]

1. INTRODUCTION

La convection naturelle est présente dans de nombreux procédés industriels et en particulier dans le stockage des hydrocarbures. La bonne connaissance des écoulements qui prennent naissance au niveau des parois, ainsi que celle des champs de température, nous permettent d'évaluer les transferts d'énergie à travers les parois plus ou moins adiabatiques et prédire le comportement thermique du produit stocké.

Ce phénomène d'écoulement naturel qui est provoqué par un gradient de densité dans un fluide placé dans un champ de gravité peut avoir pour origine un gradient de température, et dans le cas d'un fluide à plusieurs composants un gradient de concentration. Dans cette étude nous ne traiterons que la convection naturelle d'origine thermique.

L'étude de la convection naturelle dans des cavités cylindriques verticales a suscité de nombreux travaux théoriques, et l'existence de la littérature sur ce sujet est liée au fait que ces problèmes rencontrent beaucoup d'applications. Par exemple, vu l'importance de la température à laquelle peuvent se trouver les hydrocarbures pendant leur stockage ou leur transport, A. Mark et al. ont étudié le refroidissement transitoire par convection d'une huile brute chaude contenue dans un grand réservoir de stockage cylindrique vertical conservé dans un environnement froid, [1]. Leurs travaux ont porté sur l'établissement d'une corrélation entre le nombre de Nusselt à la paroi et le nombre de Rayleigh instantané gouvernant l'écoulement instationnaire avec la mise au point d'un modèle de perte de chaleur simplifié. Les mêmes auteurs ont étudié par la suite le même modèle physique lorsque la viscosité varie avec la température pour différent rapport de forme du réservoir [2,3].

Nous citerons également les travaux de A. Benkhalifa et al. [4,5] qui concernent la simulation de la convection naturelle en régime permanent dans une cuve cylindrique. Des résultats ont été obtenus pour un

rapport de forme $H/D=0,5$ pour le stockage de l'hydrogène liquide ($Pr=1,29$), lorsque la température de ses parois latérale et supérieure est élevée par rapport à celle de sa paroi inférieure. L'influence du nombre de Rayleigh ($10 < Ra < 5.10^9$) sur le transfert thermique et le champ dynamique a été analysée et des corrélations donnant le nombre de Nusselt moyen au niveau des parois latérale et inférieure ont été établies. Ces résultats nous ont servi dans la validation de notre code de calcul.

Parmi les travaux qui ont analysé la convection naturelle dans un cylindre vertical, Nous citerons l'étude de Zeng-Yuan Guo et al. [6], avec comme condition principale, la paroi latérale tournante. Mais parmi les différents cas de figures qu'ils ont étudié, nous nous sommes intéressés à celui, lorsque la vitesse est nulle (cylindre immobile), et qui nous ont servi également de modèle de validation avec celles de A. Benkhelifa [4].

D'autres études sur la convection naturelle dans des cavités cylindriques verticales ont été effectuées, la plus part d'elles concernées des milieux poreux [7,8,9,10].

Dans les applications industrielles des hydrocarbures, le complexe GP2.Z situé à Arzew produit annuellement 988000 tonnes de GPL, qui se répartissent en butane pour le marché intérieur; et en propane pour le marché extérieur. Le parc de stockage des produits finis comprend des réservoirs réfrigérés qui permettent de maintenir les GPL à basse pression (pression atmosphérique). Les réservoirs sont alors moins coûteux que celles à hautes pressions. On utilise une unité de réfrigération qui maintient le propane à -45°C et le butane à -15°C [11]: Les caractéristiques de ces réservoirs sont :

- Un bac de $50\,000\text{ m}^3$ pour le stockage du butane à $T=-15^\circ\text{C}$ et $P=1,07\text{ kg/cm}^2$
- Un bac de $50\,000\text{ m}^3$ pour le stockage du propane à $T=-45^\circ\text{C}$ et $P=1,07\text{ kg/cm}^2$

La différence de température entre l'air ambiant extérieur et le gaz liquide stocké génère un gradient de température important à travers les parois et afin d'éviter d'importants gains de chaleur, des matériaux très isolant viennent renforcer la paroi métallique. Ces gains de chaleur à travers les parois isolées provoquent l'évaporation d'une certaine quantité du gaz liquide.

Il est évident qu'au fur et à mesure que les matériaux isolants du réservoir sont de mauvaise qualité ou perdent leurs efficacités (vieillessement, craquement, etc..), Ces gains de chaleur à travers les parois du réservoir, provoquent une stratification thermique dans la masse du G.P.L. Ce travail se propose donc d'étudier l'écoulement naturel et prédire le comportement thermique du gaz liquide (Propane ou butane) contenu dans un réservoir cylindrique vertical, lors d'un fonctionnement normal et dans le cas d'un dysfonctionnement de l'isolation thermique.

2. LE MODELE PHYSIQUE

Nous considérons une cavité cylindrique verticale fermée de hauteur H , de rayon R_0 . Elle contient du gaz de propane liquide de viscosité cinématique ν et de diffusivité thermique α .

A travers la surface libre du liquide, qui se trouve en contact avec sa vapeur, En supposant que le flux de chaleur gagné à travers la paroi horizontale et/ou verticale du réservoir qui sont supposées adiabatiques est évacué à travers la surface libre du liquide sous forme d'évaporation d'une certaine quantité du gaz liquide. Ainsi, le cylindre vertical et/ou le fond du réservoir sont soumis à une densité de flux de chaleur q_0 . L'écoulement de convection naturelle est provoqué donc par des forces de poussées thermiques et reste laminaire. On suppose que les propriétés physique sont constantes sauf pour la masse volumique du mélange qui dépend de sa température et de sa concentration selon la relation suivante:

$$\rho(T^*) = \rho_0 \left[1 - \beta(T^* - T_0^*) \right]$$

Les grandeurs caractéristiques utilisées pour adimensionner le problème sont la différence de température $\Delta T = \frac{q_0 H}{\lambda}$, la hauteur du réservoir H comme longueur de référence et la diffusivité thermique α du

fluide. On en déduit une vitesse de référence. $v_r = \sqrt{\frac{g\beta q_0 H^2}{\lambda}}$.

Le modèle mathématique obtenu est le suivant:

Conservation globale de la masse

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (RU) + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$U \frac{\partial U}{\partial R} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial U}{\partial R} \right) - \frac{U}{R^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial R} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial R} + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial V}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right] + T \quad (3)$$

Conservation de l'énergie

$$U \frac{\partial T}{\partial R} + V \frac{\partial T}{\partial Y} = \sqrt{\frac{1}{\text{Pr Ra}}} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial T}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \right] \quad (4)$$

Nous avons étudié plusieurs cas possible du comportement du bac de stockage selon la position du gain de flux de chaleur à travers sa paroi externe. Les cas qui peuvent se présenter sont les suivantes.

Nous laisserons de côté le problème spécifique lié à l'évaporation du liquide, et aux vitesses d'entrée et de sortie du gaz liquide dans le réservoir.

Nous supposons :

- le niveau maximum du liquide immobile.
- les tensions superficielles (effet de Marangoni) négligeables.
- le gain de chaleur à travers la paroi verticale et/ou par le fond du réservoir sont évacués par l'évaporation d'une quantité du G.P.L au niveau de la surface libre.

Le domaine d'étude sera limité sur la moitié du réservoir par rapport à la verticale

Cas A) Une mauvaise isolation du fond du réservoir provoque un flux de chaleur à travers le plancher du réservoir (fig.1a).

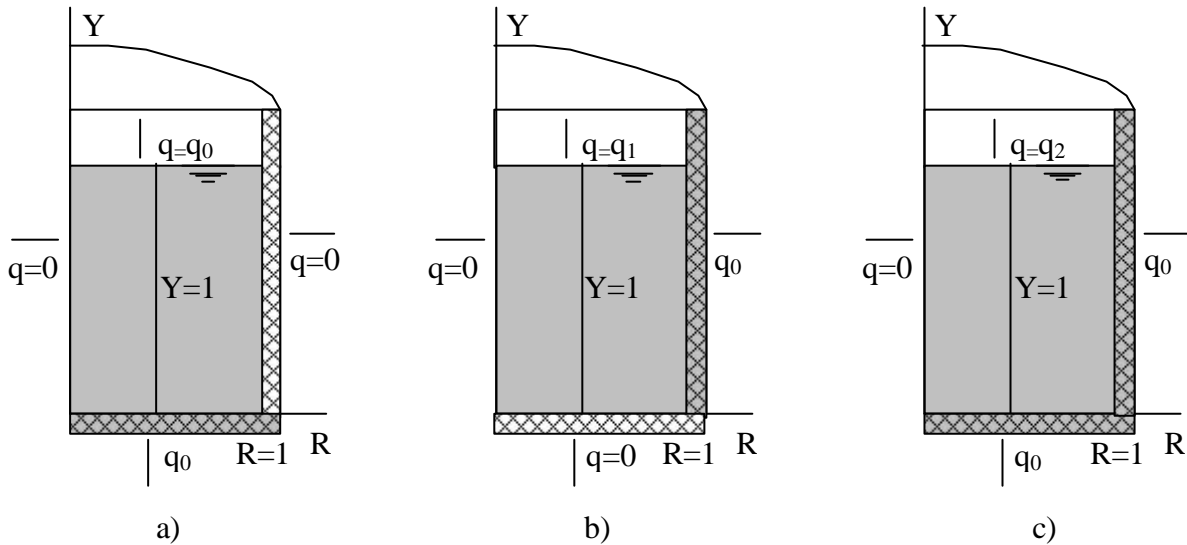


Fig.1. Modèle physique

Cas B) Une Mauvaise isolation de la paroi latérale du réservoir provoque un flux de chaleur horizontale qui traverse la surface cylindrique (fig.1b).

Cas C) Une combinaison simultanée des deux conditions traduira une mauvaise isolation du fond du réservoir et de la paroi latérale (fig.1c).

Les conditions aux limites

Condition de symétrie	$r=0$	$\frac{\partial v}{\partial r} = u = \frac{\partial T^*}{\partial r} = 0$	
Paroi verticale	$r=R_0$	$u = v = 0$	
cas a)	$\lambda \frac{\partial T^*}{\partial r} = 0$	cas b)	$\lambda \frac{\partial T^*}{\partial r} = -q_0$
		cas c)	$\lambda \frac{\partial T^*}{\partial r} = -q_0$

Fond du réservoir	$y=0$	$u = v = 0$
cas a) $\lambda \frac{\partial T^*}{\partial y} = q_0$	cas b) $\lambda \frac{\partial T^*}{\partial y} = 0$	cas c) $\lambda \frac{\partial T^*}{\partial y} = q_0$
Surface libre du fluide	$y=H$	$u = v = 0$
cas a) $\lambda \frac{\partial T^*}{\partial y} = q_0$	cas b) $\lambda \frac{\partial T^*}{\partial y} = q_1$	cas c) $\lambda \frac{\partial T^*}{\partial y} = q_2$

3. RESULTATS NUMERIQUES

Le modèle numérique utilisé pour résoudre notre système d'équations est fondé sur la méthode des volumes finis développée par Patankar [12]. Cette méthode s'appuie sur une discrétisation du domaine de calcul en différents nœuds, chacun d'entre eux étant entouré d'un volume élémentaire sur lequel on intègre les équations aux dérivées partielles. Les systèmes obtenus sont résolus par l'algorithme TDMA. Le maillage choisi est irrégulier resserré sur les bords et plus grossier dans le cœur de la cavité pour mieux cerner les phénomènes pariétaux.

Trois séries de simulation sont effectuées; on étudie le transfert thermique lorsqu'un flux de chaleur uniforme traverse les différentes parois du réservoir en contact du fluide et cela suivant la figure 1. Des résultats sont obtenus pour des nombres de Rayleigh variant entre 10^3 et 10^6 . Nos résultats concernent les solutions en régime stationnaires, et ont pour objectif d'analyser les écoulements d'origine thermique de la phase liquide contenu dans le réservoir cylindrique, pour mieux observer les effets de la convection proprement dite.

Cas A)

Lorsqu'on suppose que le flux latéral est nul ou négligeable par rapport à un flux de chaleur traversant le fond du réservoir, on constate que pour un faible flux de chaleur ($Ra=10^3$), le gaz liquide représente une stratification thermique verticale du à un transfert de chaleur uniquement par conduction qui ne génère aucun écoulement convectif (Fig.2).

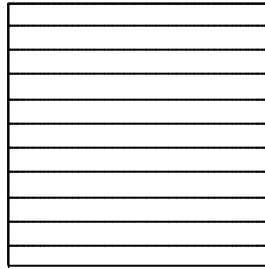


Fig.2. Isothermes pour $Ra=10^3$

Lorsque ce flux de chaleur devient considérable un écoulement convectif apparaît dans le sens ascendant au milieu du réservoir et descendant à proximité de la paroi vertical (Fig.3).

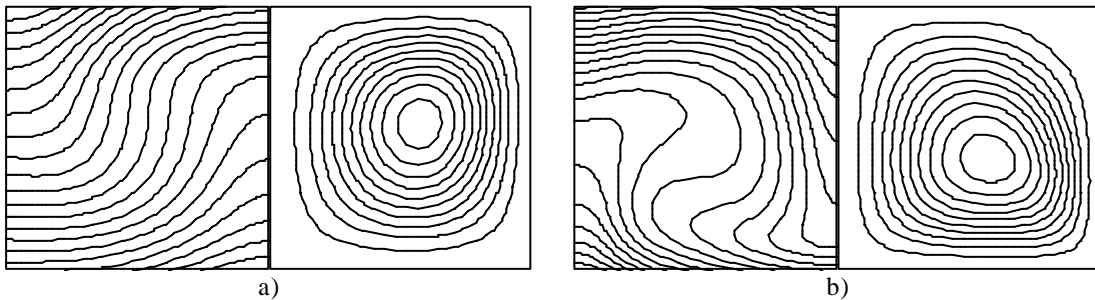


Fig.3. Isothermes et lignes de courant pour a) $Ra=10^4$ et b) $Ra=10^5$

Seulement, nous avons remarqué qu'il existe un nombre de Rayleigh critique où ce sens d'écoulement change au-delà du $Ra > 5,5 \cdot 10^4$. Lorsque le nombre de Rayleigh augmente considérablement une structure multicellulaire apparaît avec la formation de deux cellules superposées verticalement (Fig.4).

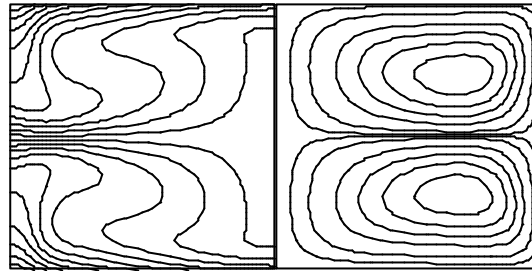


Fig.4. Isothermes et lignes de courant pour $Ra=10^6$

Ce type d'écoulement a été obtenu lors des travaux de Zeng-Yuan Guo et al. [12], avec des températures imposées sur le fond et le sommet du réservoir.

Cas B)

Lorsque le flux de chaleur est plus important sur la paroi latérale par rapport à la base du réservoir et qui est le cas le plus réel, car c'est la paroi latérale qui est exposé au rayonnement solaire et à des écoulements forcés dus au vent (Sirocco par exemple). Pour des Rayleigh allant jusqu'à 10^3 , le transfert de chaleur dans la masse du gaz liquide se fait essentiellement par conduction, en formant une stratification thermique oblique par rapport à l'axe vertical du réservoir (Fig.5).

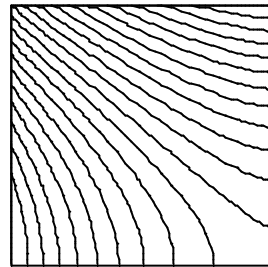


Fig.5. Isothermes pour $Ra=10^3$

Au-dessus de $Ra=10^3$, une cellule convectif apparaît dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. Effectivement, lorsque le flux de chaleur pénétrant à travers la paroi verticale échauffe le gaz liquide qui s'allège et s'écoule vers le haut par flottaison par contre le liquide qui se trouve à la surface libre se refroidit par perte de chaleur par évaporation s'alourdit et s'écoule vers le milieu du cylindre (Fig.6).

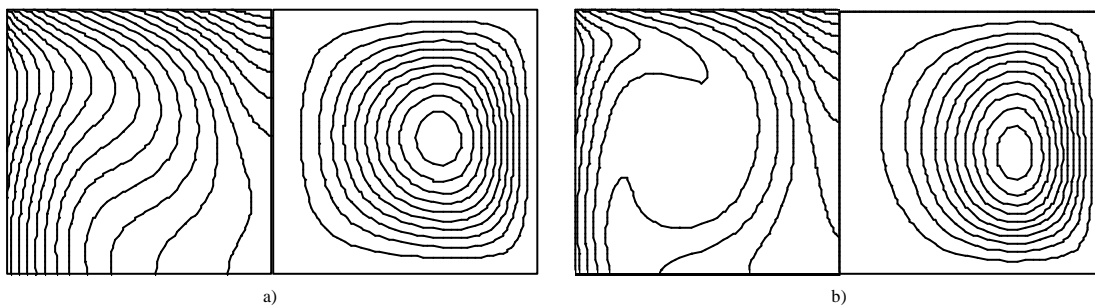


Fig.6. Isothermes et lignes de courant pour a) $Ra=10^4$ et b) $Ra=10^5$

Lorsque le nombre de Rayleigh augmente à 10^6 , le courant du liquide froid qui descend formera une cellule thermique inverse et viendra écraser la cellule thermique sur la paroi latérale et provoque l'apparition d'une structure multicellulaire verticale (Fig.7).

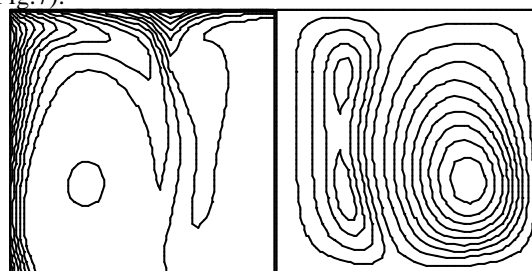


Fig.7. Isothermes et lignes de courant pour $Ra=10^6$

Cas C)

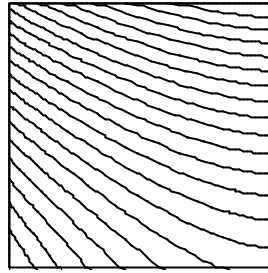


Fig.8. Isothermes pour $Ra=10^3$

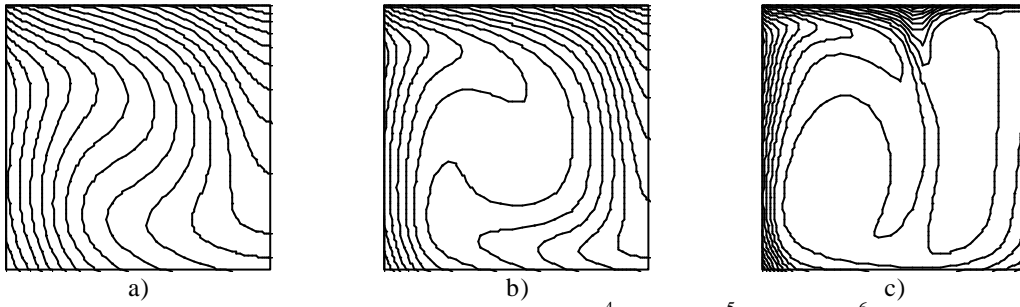


Fig.9. Isothermes pour a) $Ra=10^4$, b) $Ra=10^5$ et c) $Ra=10^6$

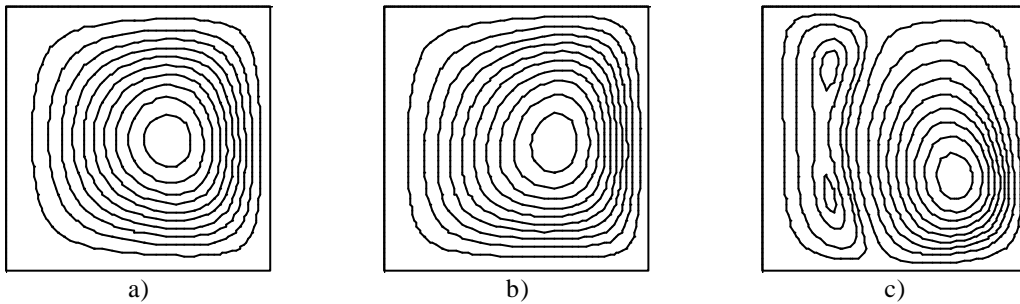


Fig.10. Lignes de courant pour a) $Ra=10^4$, b) $Ra=10^5$ et c) $Ra=10^6$

En combinant les deux cas précédents, nous constatons un comportement presque similaire au cas B), car puisque la surface latérale est plus importante que la surface du fond du cylindre et avec une même densité de flux, le flux thermique total horizontal pénétrant dans le réservoir est dominant par rapport au flux total vertical ascendant, ce qui explique la ressemblance des structures d'écoulement du cas B) et C), et nous constatons l'apparition d'une structure multicellulaire similaire avec deux cellules verticales dans les deux derniers cas et une structure multicellulaire avec deux cellules horizontales dans le cas A).

5. CONCLUSION

L'objectif de notre travail était l'étude du comportement du Propane liquide à l'intérieur d'un bac de stockage. Nous avons élaboré un modèle mathématique qui nous a permis de déterminer les distributions des lignes de courant et des isothermes dans tout le domaine d'étude en régime permanent. Les résultats obtenus nous ont permis la caractérisation de l'écoulement naturel du propane dans le réservoir, pour des conditions de flux imposées au fond du réservoir et/ou à travers la paroi vertical du réservoir, l'écoulement du propane est caractérisé par une seule cellule de recirculation dans le cas où le nombre de Rayleigh est faible ($10^3 < Ra < 10^5$) deux cellules de recirculation tournant en sens inverse quand $Ra > 10^6$.

6. REFERENCES

- [1] Mark A. Cotter and Michael E. Charles., “*Transient cooling of petroleum by natural convection in cylindrical storage tanks: A simplified heat loss model*”, The Canadian J. Chemical Engineering, 70 (1992), pp. 1090-1093.
- [2] Mark A. Cotter., “*Transient cooling of petroleum by natural convection in cylindrical storage tanks: - I. Development and testing of a numerical simulator*”, Int. J. Heat Mass Transfer. 36, N° 8 (1993), pp. 2165-2174.
- [3] Mark A. Cotter and Michael E. Charles., “*Transient cooling of petroleum by natural convection in cylindrical storage tanks:-II.Effect of heat transfer coefficient, aspect ratio and temperature-dependent viscosity*”, Int. J. Heat Mass Transfer. 36, N° 8 (1993), pp. 2175-2182.
- [4] Benkhelifa, A., “*Etude Numérique de la stratification thermique dans une cuve de stockage cylindrique*”, Thèse de Magister, C.D.E.R. Bouzaréah (Alger), Algeria, (1994).
- [5] Benkhelifa, A. et M. Belhamel., “*Simulation de la convection naturelle en régime permanent dans une cuve cylindrique : Cas de l’hydrogène liquide*”, Proceeding des 10^{ème} journées Internationales de Thermique, 2001, Tunis.
- [6] Zeng-Yuan Guo and Chao-Min Zhang., “*Thermal drive in centrifugal fields – mixed convection in a vertical rotating cylinder*”. Int. J. Heat Mass Transfer. N° 35 (1992), pp. 1635-1644.
- [7] W.E. Stewart and C.L.G. Dona. “*Free Convection in a Heat-Generating Porous Medium in a Finite Vertical Cylinder*”. J. Heat Transfer. 110 (1988), pp. 517-520.
- [8] V. Prasad and A. Chui. “*Natural convection in a cylindrical porous enclosure with internal heat generation*”. J. Heat Transfer. 111 (1989), pp. 916-925.
- [9] Frank T. Ferguson and Lembit U. Lilleleht. “*Thermovibrational convection in a vertical cylinder*”. Int. J. Heat Mass Transfer. 39, N° 14 (1996). pp. 2895-2906.
- [10] Shou-Shing Hsieh and Mao-Yu Wen.: “*Numerical computation of thermocapillary-driven convection in an open cylindrical cavity with different aspect ratios*”. Int. J. Heat Mass Transfer. N° 36 (1993), pp. 4351-4363.
- [11] H. Reffas et A. Bessafi., “*La nécessité de la dééthanisation afin d’améliorer le propane commercial au niveau du complexe GP2/Z*”, PFE, Département de génie chimique, USTOran, (1997)
- [12] S. V. Patankar., “*Numerical Heat transfer and fluid flow*”, Hemisphere, Washington, DC (1980)