

Magnétohydrodynamique de la convection naturelle en double diffusion dans une cavité en présence d'une source de chaleur

Lyes Bordja^{a,*}, Demagh Yassine^b, Kabar Yacine^b, et Rachid Bessaih^c

^a Faculté des Sciences et Technologie, Dépt. Génie Mécanique, Université de Tébessa, Tébessa-12002, Algérie.

^b Faculté des Sciences et Technologie, Dépt. Génie Mécanique, Université de Jijel, Jijel-18000, Algérie.

^c L.E.A.P, Dépt. Génie Mécanique, Université Mentouri de Constantine, Route d'Ain El Bey, 25000 Constantine, Algérie.

Email : Lyes_b2003@yahoo.fr

Résumé : Le travail proposé porte sur l'étude numérique de la convection naturelle thermosolutale dans une cavité carrée en présence d'un champ magnétique horizontal et d'une source de chaleur interne. La cavité est remplie par un mélange gazeux. La méthode des volumes finis est utilisée pour étudier numériquement les caractéristiques de la convection magnétohydrodynamique en double diffusion dans une cavité carrée, avec les parois supérieure et inférieure isolées et imperméables. Une température et une concentration constantes sont imposées le long de la paroi droite et gauche de la cavité. Un champ magnétique uniforme est appliqué dans la direction horizontale. Le régime d'écoulement considéré est laminaire.

Mots clés : convection naturelle thermosolutale, champ magnétique, volumes finis

1. Introduction :

Le transfert thermique est un processus complexe qui est réalisé par la superposition des trois modes fondamentaux: La conduction, le rayonnement et la convection. Le phénomène de cette dernière divisé en trois situations :convection naturelle, convection mixte et convection forcée et se réfère au transfert thermique qui a lieu dans les fluides-liquide ou gaz en mouvement. Le mouvement d'un mélange gazeux, en présence d'un champ magnétique uniforme est analysé. La magnétohydrodynamique (MHD) est une discipline scientifique qui décrit le comportement d'un fluide conducteur du courant électrique (liquide ou gaz ionisé appelé plasma) en présence de champs électromagnétiques. C'est une généralisation de l'hydrodynamique (appelée plus communément mécanique des fluides, définie par les équations de Navier-Stokes) couplée à l'électromagnétisme (équations de Maxwell). Entre la mécanique des fluides classique et la magnétohydrodynamique, se situe l'électro-hydrodynamique ou mécanique des fluides ionisés en présence de champs électriques (électrostatique), mais sans champ magnétique. La convection thermique a été un sujet très étudié depuis le 19^{ème} siècle et ce n'est qu'il y a environ une trentaine d'année que l'étude de la convection thermosolutale a reçu une attention croissante en raison de son importance dans différents systèmes naturels et applications industrielles surtout en l'associant aux effets de Soret et Dufour [1, 2, 3]. Ce phénomène explique, par exemple, la dynamique des océans, de l'atmosphère et l'évolution des zones souterraines de la géosphère. Il intervient aussi dans les procédés de séparation des hydrocarbures et la formation des gisements, les opérations de dessalement des eaux de mers, dans la croissance cristalline, lors du stockage et l'enfouissement des déchets nucléaires, la migration d'humidité à travers les couches d'isolation fibreuses et la métallurgie.

2. Problème et formulation :

La configuration géométrique bidimensionnelle étudiée dans ce travail est une cavité carrée de hauteur H contenant un mélange gazeux. Les parois horizontales supérieures et inférieures de l'enceinte sont supposées adiabatiques et imperméables (soumises a des flux de chaleur et de masse nuls) ; tandis que les deux parois verticales sont maintenues à deux températures constantes et différentes T_h et T_c ainsi que deux concentrations différentes C_h et C_l . Une source de chaleur interne est générée dans la cavité. Un champ magnétique est appliqué dans la direction horizontale.

2.1. Équations

Les équations adimensionnelles du bilan sont :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial X} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial X} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right] + Ra_t \text{Pr}(\theta - CN) + Ha^2 \text{Pr} \times V \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial X} = \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right] + \theta \cdot \Phi \quad (4)$$

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} + U \frac{\partial C}{\partial X} + V \frac{\partial C}{\partial X} = \frac{1}{Le} \left[\frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial Y^2} \right] \quad (5)$$

$\tau = 0 \rightarrow \{U = V = C = \theta = 0\}$ La source de chaleur est soudainement branchée

$\tau > 0$ Les conditions aux limites hydrodynamiques, thermiques et massiques sont :

$$U = V = 0, \quad \theta = 1 \quad \text{et} \quad C = 1 \quad \text{à} \quad X = 0 \quad (6)$$

$$U = V = 0, \quad \theta = 0 \quad \text{et} \quad C = 0 \quad \text{à} \quad X = 1 \quad (7)$$

A $Y = 0$, et à $Y = \Gamma$:

$$U = V = \partial\theta/\partial Y = \partial C/\partial Y = 0 \quad (8)$$

2.2. Méthode numérique

La discrétisation des termes non stationnaires dans les équations de mouvement et d'énergie suit un schéma temporel du second ordre. Toutes les dérivées temporelles sont discrétisées comme suit:

$$\frac{\partial \phi^{t+\Delta t}}{\partial t} \approx \frac{3\phi^{t+\Delta t} - 4\phi^t + \phi^{t-\Delta t}}{2\Delta t} \quad (9)$$

Les termes convectifs présentent des non linéarités. Pour ces termes, nous utilisons alors le schéma explicite d'Adams-Bashforth pris sous la forme suivante.

$$(U \cdot \nabla) \phi|^{t+\Delta t} \approx 2(U \cdot \nabla) \phi|^{t+\Delta t} - (U \cdot \nabla) \phi|^{t-\Delta t} \quad (10)$$

La discrétisation temporelle des termes diffusifs et des gradients de pression dans notre schéma est totalement implicite. Concernant la discrétisation spatiale, on utilise le schéma des différences centrées, dont l'erreur de troncature est d'ordre deux.

3. Résultats et interprétations :

Pour cette étude, on a choisi un maillage non uniforme obéissant à une loi sinusoidale ou les mailles sont très rapprochées près des frontières des parois dans le but de bien estimer les forts gradients de la variable recherchée.

3.1. Effet de maillage

Le maillage utilisé est un maillage non uniforme. Avant d'entamer le calcul numérique, il est nécessaire de s'assurer de la qualité du maillage qui nous permet d'avoir une solution indépendante du maillage et un temps réduit. Pour cela, on a effectué le calcul pour une série de grilles [(41*41), (61*61), (81*81)]. (Voir le tableau 1). Le tableau 1 montre les valeurs du nombre de Nusselt moyen, nombre de Sherwood moyen, et la vitesse horizontale maximale pour trois maillages.

Tableau 1 : Caractéristiques de l'écoulement pour différentes grilles de maillage, $N = -0.8$, $Ra_t = 10^5$, $Pr = 1$, $Le = 2$, $\Gamma = 2$

Force de volumes	Nusselt moyen	Sherwood moyen	U_{\max}
41*41	1.6135	2.7198	10.2317
61*61	1.6136	2.7192	10.2737
81*81	1.6136	2.7189	10.2648

3.2. Validation du code

Pour la vérification des résultats numériques obtenus dans le présent travail figure 1, une validation de notre code de calcul numérique a été faite en prenant en compte les résultats réalisés par Chamkha et al. (2002) [4]. L'étude considérée est un écoulement de la convection hydromagnétique en double diffusion dans une cavité rectangulaire ($\Gamma = 2$) remplie d'un mélange gazeux ($Pr = 1$, $Le = 2$). Les forces de volumes thermiques et massiques sont en opposition.

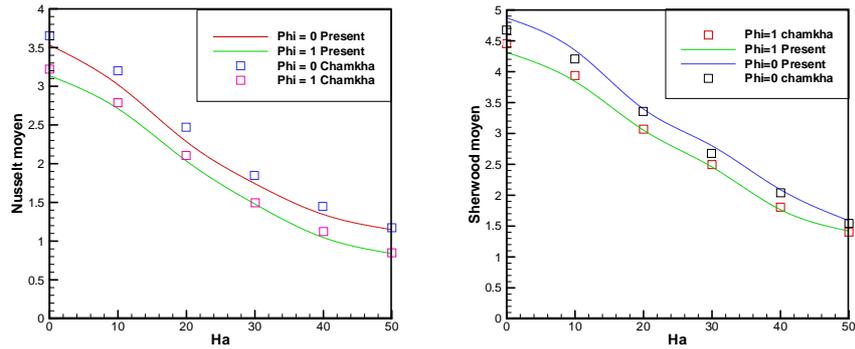


Figure 1 : Comparaison du nombre de Nusselt moyen et de Sherwood moyen avec les résultats obtenus par Chamkha [4], $N = -0.8$, $Ra_t = 10^5$, $Pr = 1$, $Le = 2$, $\Gamma = 2$

L'effet du nombre de Hartmann Ha , sur les lignes de courant, les isothermes et les iso concentrations. Pour accentuer sur l'effet de Hartmann, le nombre de Rayleigh est gardé à $Ra_t = 10^6$, $Pr = 0.7$, $Le = 1$, $N = 1$, et $\Phi = 1$. Sans champ magnétique $Ha = 0$, une cellule dans le sens horaire occupe toute la cavité, on voit aussi les lignes de courant très serrées près des murs verticaux. Egalement on voit la distribution horizontale pour les isothermes et les iso concentrations dans le noyau de la cavité. En augmentant le nombre de Hartmann à 20, l'intensité de l'écoulement se réduit légèrement et les lignes de courant pénètrent légèrement au noyau de la cavité ; avec des petites cellules qui apparaissent au milieu de la cavité : Une dans chaque côté. En augmentant plus le nombre de Hartmann, l'intensité de l'écoulement est atténuée, les petites cellules disparaissent, et les lignes de courant pénètrent vers le centre de la cavité.

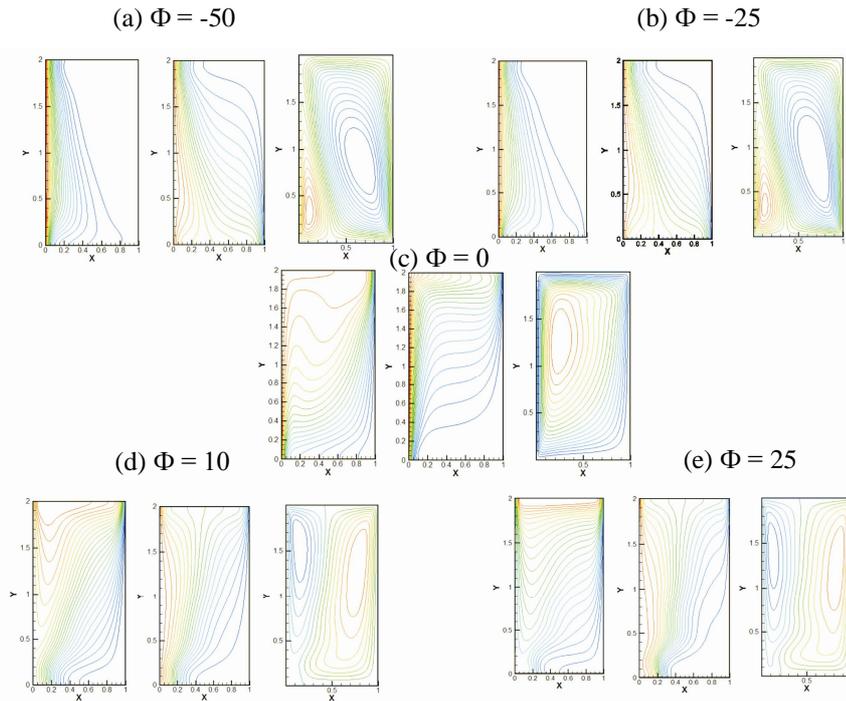


Figure 2 : Effet de la génération et de l'absorption de chaleur sur les isothermes, les iso concentrations et les lignes de courant. $Ra_t = 10^6$, $Le = 1$, $N = 1$, et $Ha = 50$.

L'effet du coefficient d'absorption ou de génération de chaleur à l'intérieur de la cavité, est montré dans la figure 2 pour $Ra_t = 10^6$, $Pr = 0.7$, $Le = 1$, $N = 1$ et $Ha = 50$. Sans absorption ou source de chaleur $\Phi = 0$, l'écoulement est caractérisé par une grande cellule qui occupe la totalité de la cavité, l'écoulement se déplace vers le haut près du mur chaud et en bas près de mur froid. En outre, les isothermes et les iso concentrations sont des traits horizontaux dans le noyau de la cavité. Lorsque la chaleur $\Phi < 0$, et selon la loi de conservation d'énergie ; le taux de transfert thermique à partir du mur chaud est plus haut que cela près du mur froid, ainsi la vitesse de l'écoulement près de mur chaud est plus haute que celle près de mur froid. Par conséquent, le mur attire la cellule dans la direction gauche. Le gradient de température augmente près du mur chaud et les

isothermes décalées vers le haut. A noter que lorsque le coefficient d'absorption de la chaleur augmente, la cellule se décale légèrement vers le haut et plus vers le mur chaud lorsque les isothermes se déplacent vers le haut. L'absorption de la chaleur a un effet mineur sur les iso concentrations en particulier à la partie supérieure de la cavité, les lignes droites sont détruites. La présence de la source de chaleur $\Phi > 0$, cause une augmentation de température. Ainsi le transfert de chaleur à partir du mur chaud est réduit et celui au mur froid est augmenté, et la cellule est bien décalée. A noter que lorsque la génération du transfert est augmentée, la température de fluide augmente et atteint plus que la température de mur chaud dans la partie supérieure de la cavité. Une petite cellule dans le sens inverse est apparue au coin gauche supérieur.

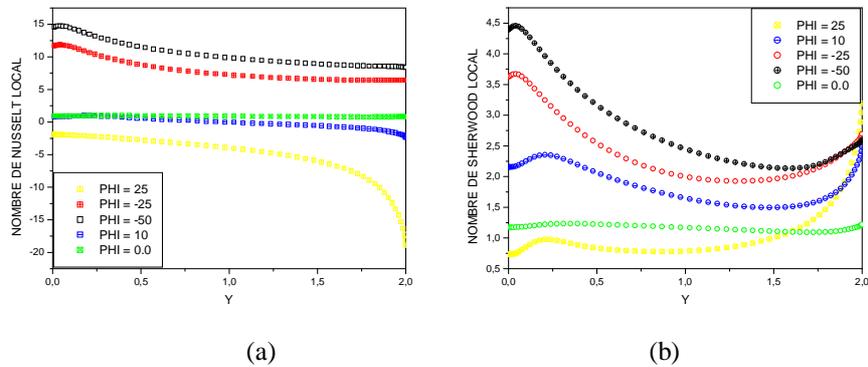


Figure 3 : (a) : Effet de la génération ou de l'absorption de la chaleur, sur le nombre de Nusselt local, (b) : effet de la génération ou de l'absorption de la chaleur, sur le nombre de Sherwood local. $Ra_t = 10^6$, $Le = 1$, $N = 1$, et $Ha = 50$.

Par conséquent il est intéressant d'explorer l'effet de ces phénomènes sur la distribution du nombre local de Nusselt et Sherwood au dessus de mur chaud. Le figure 3 (a) et (b) représente ces distributions. En général, le nombre local de Nusselt prend des valeurs maximales au fond de la cavité et diminue en déplaçant vers le haut. Le nombre local de Nusselt diminue lorsque Φ augmente. Pour une forte source de chaleur $\Phi = 25$, le Nusselt local prend une valeur négative à la section supérieure de la cavité. Ceci signifie, que la chaleur est transférée à partir du fluide au mur chaud. Le signe du Nusselt local change quand la petite cellule tournant dans le sens contraire des aiguilles d'une montre apparait.

L'effet combiné du nombre de Rayleigh thermique et le nombre de Hartmann sur les nombres moyens de Nusselt et Sherwood est présenté dans la figure 4 (a) et (b), pour $Le = 1$, $Pr = 0.7$, et $\Phi = 1$. Sans champ magnétique $Ha = 0$, les deux nombres de Nusselt et Sherwood moyens augmentent avec le nombre de Rayleigh thermique. Pour les mêmes valeurs de nombre de Rayleigh thermique, lorsque le champ magnétique augmente les deux nombres de Nusselt et Sherwood diminuent. En augmentant le nombre de Hartmann, on voit que les nombres de Nusselt et Sherwood moyens ont des valeurs constantes sur une gamme de nombre de Rayleigh thermique. Cette gamme augmente avec l'augmentation du nombre de Hartmann. Ce phénomène a été détecté expérimentalement par Ujihara et al. [7].

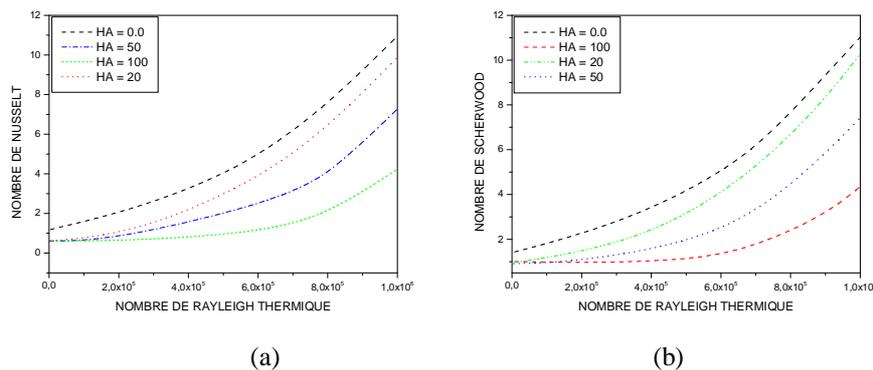


Figure 4 : (a) : Effet de Rayleigh thermique sur le nombre de Nusselt moyen pour différents nombres de Hartmann (b) : effet de Rayleigh thermique sur le nombre de Sherwood moyen pour différents nombres de Hartmann. $Le = 1$, $N = 1$, et $\Phi = 1$.

L'effet combiné du champ magnétique et la source de chaleur ou l'absorption sur les deux nombres moyens de Nusselt et Sherwood est illustré dans la figure 5 (a) et (b), pour $Ra_t = 10^6$, $Le = 1$, $Pr = 0.7$ et $N = 1$. On observe que le Nusselt et le Sherwood ont une tendance décroissante avec l'augmentation de Hartmann. Par conséquent, on voit que la génération de chaleur ($\Phi > 0$) diminue le nombre de Nusselt tandis que l'absorption de chaleur ($\Phi < 0$) l'augmente. Cependant, la génération de chaleur ($\Phi > 0$) et l'absorption de chaleur ($\Phi < 0$), diminuent légèrement le nombre de Shewood moyen. Comme prévu, l'effet de la génération ou d'absorption de

chaleur est plus prononcé sur les valeurs de Nusselt que sur Sherwood. Pour une source de chaleur avec un coefficient élevé, le signe du nombre de Nusselt moyen est changé de positif au négatif.

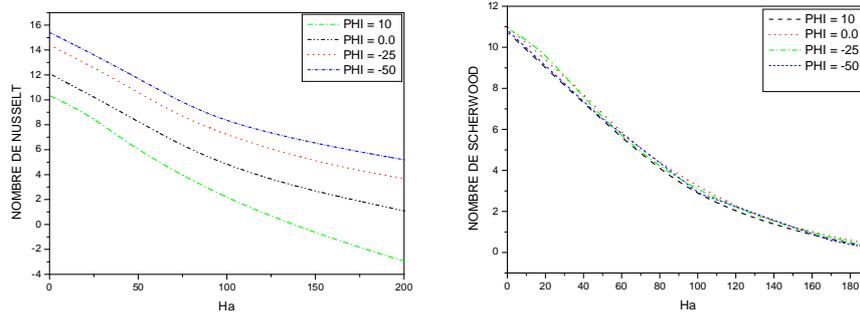


Figure 5 : (a) : Effet du nombre de Hartmann sur le nombre de Nusselt moyen pour différents Φ (b) : effet du nombre de Hartmann sur le nombre de Sherwood moyen pour différents Φ . $Ra_t = 10^6$, $Le = 1$, et $N = 1$.

L'influence du rapport de forces de volumes N sur le nombre de Nusselt et Sherwood pour différents nombres de Hartmann est montré dans les figure 6 (a) et (b) respectivement, pour $Ra_t = 10^6$, $Le = 1$, et $\Phi = 1$. Il est intéressant d'observer de ces figures l'existence des valeurs minimales des deux nombres moyens de Nusselt et Sherwood pour un rapport de force de volume presque égal -1. Les valeurs de Nu et Sh tendent à augmenter avec l'augmentation des valeurs absolues du rapport de volume. L'existence de telles valeurs minimales de Nusselt et Sherwood on été rapportées dans la littérature [5, 6, 8].

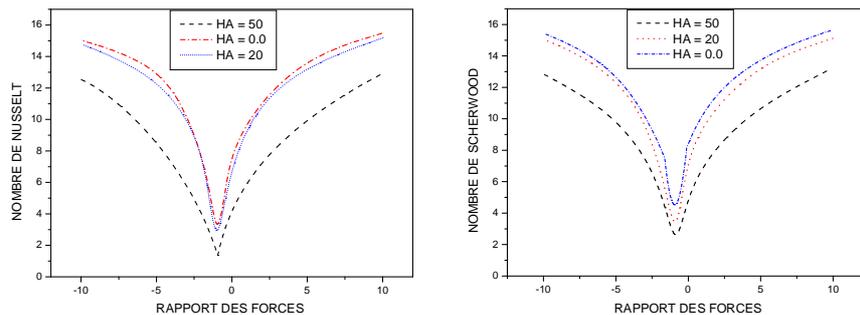


Figure 6 : (a) : Effet du rapport de force de volume sur le nombre de Nusselt moyen, pour trois valeurs de Hartmann (b) : effet du rapport de force de volume sur le nombre de Sherwood moyen, pour trois valeurs de Hartmann. $Ra_t = 10^6$, $Le = 1$, et $\Phi = 1$.

4. Conclusion

Le transfert de chaleur et de masse stationnaire pour un écoulement de convection naturelle, avec une source de chaleur et un champ magnétique transversal a été étudié numériquement. La méthode des volumes finis est utilisée. Un bon accord avec une comparaison de nos résultats avec les résultats de la littérature a été trouvé. L'étude a indiqué :

1. L'augmentation du champ magnétique réduit le transfert thermique, et la circulation de fluide dans la cavité.
2. Le nombre de Nusselt moyen augmente en présence de l'absorption de chaleur, et il diminue en présence de la source de chaleur.
3. Le signe de nombre de Nusselt moyen change de positif au négatif dans le cas de génération de chaleur élevée.
4. La présence de la source de chaleur ou de l'absorption de chaleur réduit légèrement le nombre moyen de Sherwood.
5. Avec un nombre de Hartmann ($Ha > 20$), les nombres moyens de Nusselt et Sherwood ont des valeurs constantes sur une gamme de nombre de Rayleigh thermique. L'augmentation de cette gamme est proportionnelle à l'augmentation de nombre de Hartmann.
6. Les nombres moyens de Nusselt et Sherwood ont des valeurs minimales au rapport des forces de volumes, $N = 1$.

