

# Convection mixte dans une cavité ouverte partitionnée munie de blocs chauffants soumise à un jet d'air vertical descendant : effet de la distance des blocs

Ouafaa MAHROUCHE, Mostafa NAJAM, Mustapha EL ALAMI

Groupe d'Energétique, Laboratoire de Physique des Matériaux, Micro électronique, Automatique et Thermique (LPMMAT), Département de Physique, Faculté des Sciences Ain Chock, Université Hassan II, Casablanca, Maroc.

mnejam@yahoo.fr, m.elalami@fsac.ac.ma

### mahroucheouafaa@gmail.com

**Résumé :** On étudie numériquement la convection mixte dans une enceinte rectangulaire partitionnée, munie de deux blocs chauffants à température constante  $T_C$ . La paroi horizontale supérieure est munie d'une ouverture à axe vertical d'admission d'air frais  $C_1$ , la paroi horizontale du bas est munie d'une ouverture d'évacuation d'air  $C_2$  à axe vertical. La paroi verticale gauche est adiabatique, les autres parois sont refroidies à la température  $T_f < T_c$ , figure 1. Les paramètres de contrôle sont les nombres de Rayleigh (Ra=10<sup>5</sup>), de Reynolds (10 $\leq$ Re $\leq$ 80), de Prandtl (Pr=0.72), la distance relative D entre les blocs D=h/H=1/4,1/2, la taille des blocs B=l/L=0.5, les ouvertures  $C_1=C_2=d/L=0.375$  et le facteur de forme A=H/L=3. Les résultats obtenus montrent que les écoulements et le transfert de chaleur dépendent de la distance entre les blocs.

Mots-clés: convection mixte, cavité rectangulaire, transfert de chaleur, étude numérique, blocs chauffants.

# **1. Introduction :**

De nos jours, de nombreux chercheurs vouent un grand intérêt au phénomène de convection mixte, du fait de ses nombreuses applications dans le domaine de la climatisation, du chauffage, de la frigorifique, etc. Plusieurs études ont ainsi été menées dans ce domaine en utilisant différents types de cavités (cubique, parallélépipédique, rectangulaire, et d'autres plus ou moins complexes), avec et sans ouvertures selon le problème posé.

A. Raji et al. [1] ont mené une étude numérique du transfert de chaleur par convection mixte dans une cavité ventilée chauffée par un flux de chaleur uniforme à partir de sa paroi verticale gauche tandis que les parois restantes sont considérées comme parfaitement isolées. Le système est soumis à un flux d'air frais, parallèle aux parois horizontales, entrant et sortant de la cavité à partir de deux ouvertures opposées situées au milieu des parois verticales. Le transfert de chaleur généré par convection forcée et utilisé dans la normalisation de Nu, était corrélée tel que Q (Ra = 0) =  $1.2573 \text{ x Re}^{0.234}$  et  $1,82 \text{ x Re}^{0.182}$  pour Re  $\leq 1000$  et Re > 1000, respectivement. Les résultats de l'étude montrent que la structure de l'écoulement est considérablement influencée par l'interaction entre la convection naturelle (représentée par le nombre de Rayleigh) et la convection forcée (représentée par le nombre de Reynolds). Les différents régimes d'écoulement ont été identifiés et délimités dans le plan Ra-Re. Les couples (Ra, Re) menant au maximum de Nu ont été identifiés et corrélés par Rem =  $3,7896 \text{ x Ra}^{0.2753}$ . Au-delà de cette limite de Re, le nombre de Nusselt décroît de façon monotone vers Nu = 1; valeur marquant la prédominance de convection forcée.

J. Xaman et al. [2] ont réalisé une étude numérique du transfert de chaleur dans une cavité bidimensionnelle dont la paroi verticale droite, opaque, est soumise à un flux de chaleur constant perpendiculaire à la surface externe et munie d'une ouverture à sa partie inférieure pour l'entrée d'air. Les autres parois sont supposées adiabatiques et l'ouverture d'évacuation d'air est positionnée selon quatre configurations différentes (partie supérieure de la paroi verticale gauche, puis successivement partie gauche, centre et partie droite de la paroi supérieure horizontale), afin d'obtenir la position optimale favorisant des gains de chaleur à l'intérieur. La paroi verticale droite a été analysée pour différents matériaux de construction (brique et bloc d'adobe) et trois largeurs différentes (0.1, 0.2 et 0.3 m). Les résultats permettent de conclure qu'en ce qui concerne le matériau de construction de la paroi conductrice, le bloc d'adobe était plus efficace que la brique pour réduire les gains de chaleur à l'intérieur de la cavité. Comme la chaleur transmise à l'intérieur s'est avérée être inversement proportionnelle à la largeur de la paroi, la paroi de largeur 0.3 m s'avère être la plus adéquate. L'index d'efficacité de répartition de température le plus élevé pour une cavité avec une paroi d'adobe conductrice de 0.3 m de largeur, est retrouvé lorsque l'ouverture d'évacuation d'air est située à la partie droite de la paroi supérieure horizontale et pour des Re de  $2 \times 10^3$  à  $10^4$ . Néanmoins, l'analyse de la distribution de vitesse d'air à l'intérieur de la cavité, montre des vitesses proches de 0 pour Re =  $2 \times 10^3$ , tandis que pour des Re de  $5 \times 10^3$  et  $10^4$ , les valeurs respectives sont de 0.12 et 0.17 m/s, il s'agit d'un intervalle adéquat.

Le model d'étude sur lequel nous nous sommes penchés, est l'étude de l'écoulement de convection mixte dans une cavité rectangulaire partitionnée, munie de blocs chauffants placés sur la paroi verticale froide. La cavité est soumise à un jet d'air frais vertical descendant à travers une ouverture d'admission aménagée sur la paroi haute de la cavité. Cet air est ensuite évacué par une ouverture aménagée dans la paroi en bas de la cavité ; Ces deux ouvertures sont coaxiales. La paroi verticale gauche de la cavité est supposée adiabatique. Ce cas de figure trouve son application dans le domaine des cartes électroniques et des vitrines réfrigérées verticales avec porte adiabatique.

# 2. Configuration géométrique et formulation mathématique

La configuration étudiée est schématisée par la figure 1. Il s'agit d'une enceinte rectangulaire munie de deux blocs chauffants, elle est soumise à un jet d'air frais descendant à la température  $T_F$  ( $T_F < T_C$ ) appliqué à travers une ouverture aménagée sur la paroi horizontale supérieure. Une autre ouverture d'évacuation est aménagée dans la paroi horizontale basse de la cavité, les blocs sont chauffés à température constante  $T_C$ . On suppose que l'écoulement et le transfert de chaleur sont bidimensionnells, que les propriétés du fluide sont constantes et l'approximation de Boussinesq est valide. Les équations adimensionnelles transitoires en termes de température T, de vorticité  $\Omega$  et de fonction de courant  $\psi$  sont :

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial (u\Omega)}{\partial x} + \frac{\partial (v\Omega)}{\partial y} = -\frac{Ra}{Re^2 Pr} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y^2} \right)$$
(1)

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial (uT)}{\partial x} + \frac{\partial (vT)}{\partial y} = \frac{1}{\operatorname{Re}\operatorname{Pr}} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)$$
(2)

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = -\Omega$$
(3)

$$= -\frac{\partial \psi}{\partial v} \text{ et } v = \frac{\partial \psi}{\partial r}$$
<sup>(4)</sup>



11

Figure 1 : Configuration étudiée

Position des blocs pour D=1/2 on a :  $Y_{b1}=0.05625$  et  $Y_{b2}=2.3437$ 

La valeur de la fonction de courant aux ouvertures  $C_1$  et  $C_2$  est donnée par :

Ouverture C<sub>1</sub>:  $(0.3875 \le x \le 0.6375, y = 3)$ ;  $\psi = -0.6 \times x + 0.2325$ ; V = -1, U = 0, T = 0,  $\Omega = 0$ .

Ouverture C<sub>2</sub> :  $(0.3875 \le x \le 0.6375, y = 0)$ ;  $\psi$ , T,  $\Omega$ , U et V sont interpolées selon la démarche utilisée par [3].

Sur les parois solides à gauche des ouvertures, la fonction de courant est considérée nulle, par contre sur celles à droite des ouvertures la fonction de courant  $\psi = -0.15$ 

T = 1 sur les faces verticales et horizontales des blocs.

T=0 sur les deux parois horizontales supérieure et inférieure de l'enceinte ainsi que sur la paroi verticale droite, une portion d'isolant est placé entre les blocs et la paroi froide afin d'éviter la discontinuité de température.

=0 sur la paroi verticale gauche de la cavité et sur les portions d'isolant insérée entre chaque paroi

chauffée en contact avec une paroi froide, avec n désignant la normale à la portion de la paroi isolée.

U=V=0Sur toutes les parois rigides :

La quantité de chaleur adimensionnelle Q évacuée par l'ouverture C2 est donnée par :

$$Q = \frac{1}{(0.6375 - 0.3875)} \int_{0.3875}^{0.6375} (-\frac{\partial T}{\partial y} + V.Pe.T) dx$$
(5)

La chaleur échangée au niveau des surfaces d'échange est définit par :

Paroi verticale :

$$Q_{v} = \frac{1}{(y_{2} - y_{1})} \int_{y_{1}}^{y_{2}} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x = Cste} dy$$
(6)

Paroi horizontale :

$$Q_{h} = \frac{1}{(x_{2} - x_{1})} \int_{x_{1}}^{x_{2}} \frac{\partial T}{\partial y} \bigg|_{y = Cste} dx$$
<sup>(7)</sup>

Avec  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $y_1$  et  $y_2$  sont les coordonnées de la surface dont on calcule Q.

Les équations (1) et (2) ont été discrétisées à l'aide de la méthode des différences finies. Un schéma centré est utilisé pour les dérivations spatiales des termes diffusifs. Pour la discrétisation des termes convectifs, un schéma décentré amont a été utilisé [4]. L'intégration des équations (1) et (2) est assurée par une méthode implicite aux directions alternées (ADI). L'équation de Poisson (Eq.(3)) est traitée par la méthode PSOR. Le code numérique est validé en comparant les résultats dans le cas simple de 'Window Problem' à ceux obtenus par [5]. L'écart relatif en terme de  $\psi_{max}$  est de 1%. Le déficit du bilan énergétique enregistré entre la quantité de chaleur produite par les faces chauffées et celle perdue par les faces froides reste inférieur 3 %.

# 3. Résultats numériques

## 3.1. Les lignes de courant et isothermes

(a) Re = 10

Les résultats présentés ont été obtenus pour  $Ra=10^5$ ,  $(10 \le \text{Re} \le 80)$ ,  $1/4 \le D \le 1/2$ , B = 1/2., A=3. 3.1.1. Structure de l'écoulement pour D = 1/4

Des lignes de courants et isothermes typiques sont présentés, figure 2, pour  $Ra = 10^5$  et diverses valeurs de Re. Pour des valeurs faibles du nombre de Reynolds, la convection naturelle est dominante, il y a apparition d'une grande cellule de convection dans la partie supérieure de la cavité, Re = 10, figure 2a. La distorsion des lignes isothermes illustre l'intensité des échanges de chaleur dans cette zone de la cavité. Entre les blocs, il existe une cellule de convection de taille moyenne, aplatie et moins intense que celle du haut. Dans la partie inférieure de la cavité, une petite cellule de recirculation montre que la convection naturelle est pratiquement absente. On note l'apparition de deux petites cellules convectives, en plus de celles déjà citées, apparaissant au voisinage des faces verticales des blocs. Le jet est contraint de contourner toutes ces cellules pour se faire un chemin vers l'ouverture d'évacuation située à la partie inférieure de la cavité. Les isothermes correspondants montrent que les faces horizontales supérieures des blocs sont bien ventilées.

En augmentant le nombre de Reynolds, la convection forcée commence à se développer. Les lignes ouvertes deviennent nombreuses et contournent les cellules pour se diriger vers la sortie, figure 2b, à Re = 50. Nous assistons à un phénomène de compétition entre l'écoulement forcé et les cellules convectives : le régime de convection mixte est bien installé. L'examen des lignes isothermes montre l'existence d'une stratification de l'air dans la partie inférieure de la cavité.

Au-delà de cette valeur de Re, à Re = 80, figure 2c, la convection forcée devient prédominante, l'écoulement forcé ne passe plus par le centre de la cavité, de sorte que cette partie n'est plus refroidie. Les lignes isothermes correspondantes montrent que ce scénario est défavorable au refroidissement des faces horizontales inférieures des blocs.



#### 3.1.2. Structure de l'écoulement pour D = 1/2

Contrairement au cas précédent, l'augmentation de la distance entre les blocs (figure 3a pour Re = 10) offre plus d'espace à la cellule centrale qui est plus intense que celle du haut. On note l'absence de cellule de recirculation dans la partie inférieure de la cavité.

A Re = 35, figure 3b, les lignes ouvertes sont devenues de plus en plus nombreuses. Par conséquent, les tailles des cellules de convection sont réduites. On constate que les lignes ouvertes suivent la forme des partitions. Il y a donc un laminage de l'écoulement forcé par les cellules convectives. Ce cas est favorable au refroidissement des deux faces horizontales supérieures des blocs, comme en témoigne le resserrement des lignes isothermes à ces endroits. La stratification persiste dans la partie inférieure de la cavité, caractérisée par l'absence de cellules de convection.

Jusqu'à Re = 45, figure 3c, le phénomène sus-mentionné s'accentue.



Figure 3:Lignes de courants et isothermes pour Ra=10<sup>5</sup>, D=1/2 et différents nombres de Re

Au-delà de cette valeur, l'écoulement devient périodique pour un nombre de Reynolds  $Re_c = 59$ , comme le montre la figure 4. Ce phénomène est dû à l'interaction entre l'air frais descendant et l'air chaud montant.



Figure 4: Variation de Q en fonction du temps pour B=1/2 et Ra=10<sup>5</sup>

# 3.2. Transfert de chaleur

La variation de la quantité de chaleur Q en fonction de Re, figure 5, est décroissante dans le cas D = 1/2. Elle décroit jusqu'à Re = 50, correspondant à un début d'instabilité du jet. Dans le cas D = 1/4, la quantité de chaleur Q est constante dans l'intervalle  $10 \le \text{Re} \le 30$  et augmente jusqu'à un maximum à Re = 50, et décroit à partir de Re = 60 jusqu'à Re=90, correspondant au début de l'instabilité de l'écoulement forcé. A partir d'un nombre de Re<sub>c</sub> = 59, le jet ne passe plus dans la partie centrale de la cavité et donc les faces horizontales des blocs en regard de la partie centrale de la cavité ne sont plus refroidies. La quantité de chaleur évacuée augmente avec D.



Figure 5 : Variation de quantité de chaleur Q en fonction de Re et D pour Ra  $=10^5$ 

## 4. Conclusion

Nous avons étudié la convection mixte dans une cavité ouverte munie de blocs chauffants et soumise à un jet d'air frais descendant pour B = 1/2, D = 1/4 et 1/2, 10 < Re < 60 et  $\text{Ra} = 10^5$ .

Le cas D = 1/4 est défavorable au refroidissement des faces inférieures des blocs en regard de la partie centrale de la cavité, ce qui entraine une diminution de la quantité de chaleur évacuée.

Par contre, pour D = 1/2, la quantité de chaleur évacuée passe par un maximum correspondant à un échange de chaleur effectué par toutes les faces des blocs. Le centre de la cavité est bien ventilé. La quantité de chaleur diminue en raison du décollement de l'écoulement forcé à proximité des blocs en raison de l'augmentation de Re.

### Nomenclature

- A Rapport de forme A = H/L
- *B* Largeur adimensionnelle des blocs B=l/L
- D Distance adimensionnelle entre blocs D=h/H
   C Diamètre adimensionnelle de l'ouverture
- C=d/L
- *d* Diamètre de l'ouverture (*m*)
- H Hauteur de la cavité, (m)
- L Largeur de la cavité, (m)
- h La distance entre les deux blocs, (m)
- l Largeur des blocs, (m)
- g Accélération de la pesanteur  $(m/s^2)$
- *Nu* Nombre de Nusselt global
- *Pr* Nombre de Prandtl (*Pr*= $v/\alpha$ )
- Pe Nombre de Peclet (Pe=Re\*Pr)
- *Ra* Nombre de Rayleigh,  $(Ra=g\beta\Delta TH^3/(\alpha v))$
- *Re* Nombre de Reynolds,  $Re = U_C H/v$
- $\theta$  Température dimensionnelle, (*K*)

T Température adimensionnelle, 
$$T = \frac{\theta - \theta_F}{\theta_C - \theta_F}$$

- $T_C$  Température des faces chaudes, (K)
- $T_F$  Température de la face froide, (*K*)
- $\Delta T$  Ecart de température  $(T_C T_F)$ , (K)
- *Q* Flux de chaleur adimensionnelle

#### **Références :**

[1] A. Raji, M. Hasnaoui, A. Bahlaoui, Numerical study of natural convection dominated heat transfer in a ventilated cavity: Case of forced flow playing simultaneous assisting and opposing roles, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 28 (2008) 1174-1181

[2] (J. Xaman, J. Tun, G. Alvarez, Y. Chavz, F. Noh, Optimum ventilation based on the overall ventilation effectiveness for temperature distribution in ventilated cavities, *International Journal of Thermal Sciences*, 48 (2009) 1574-1585)

[3] M. Najam, M. Alami, M. Hasnaoui, A. Amahmid, Etude numérique de convection mixte dans une cavité en forme de T soumise à un flux de chaleur constant, ventilée par le bas à l'aide d'un jet d'air vertical, *Compte Rendu de l'Académie des Sciences, CR. Mécanique* 330 (2002) 461-467, (France).

[4] P.J. Roache – Computational fluid dynamics. Hermosa Publishers, (1982).

[5] G. De Vahl Davis and I.P. Jones, Natural convection in a square cavity : a comparision exercise, *Internalional Journal of Numerical Methods of Fluids*, Volume 3, pp: 227-248, (1983).

- $Y_{b1}$  Coordonnées du bloc du bas pour x=1
- $Y_{b2}$  Coordonnées du bloc du haut pour x=1
- $U_C$  Vitesse caractéristique, (*m/s*).
- (U,V) Composantes de la vitesse, (m/s).
- (u,v) Composantes adimensionnelles de la vitesse  $(u,v) = (U/U_C, V/U_C)$
- (X,Y) Coordonnées cartésiennes du point, (m),
- (x,y) Coordonnées cartésiennes adimensionnelles (x,y) = (X/H, Y/H)

Symboles grecs

- $\beta$  Coefficient de dilatation du fluide (*K*-1)
- $\alpha$  Diffusivité thermique du fluide (*m*<sup>2</sup>*s*-1)
- $\lambda$  Conductivité thermique  $(Wm^{-1}K^{-1})$
- v Viscosité cinématique du fluide ( $m^2s^{-1}$ )
- $\rho$  Masse volumique du fluide (kg/m<sup>3</sup>)
- $\psi$  Fonction de courant adimensionnelle,  $\psi = \psi' / \alpha$

Ω Vorticité adimensionnelle,  $Ω=Ω'H'^2/α$ 

Indices et exposants

- *C* Chaud, critique, caractéristique
  - Variables dimensionnelles