

## Transfert convectif dans une cavité occupée par une couche poreuse verticale d'épaisseur variable

Abderrahim **BOUROUIS**<sup>a</sup>, Abdeslam **OMARA**<sup>a,\*</sup>, Said **ABBOUDI**<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Laboratoire de Physique Energétique, Université Mentouri, Constantine, Algérie

<sup>c</sup>Laboratoire IRTES-M3M, Université de Technologie de Belfort-Montbelliard, 90010 Belfort Cedex, France

lazar2010@hotmail.fr<sup>a</sup>, abdeslam\_omara@yahoo.fr, said.abboudi@utbm.fr

**Résumé :** Ce travail présente une étude numérique de l'écoulement et du transfert de chaleur à l'intérieur d'une cavité carrée partiellement occupée par une couche poreuse verticale d'épaisseur variable. Dans le milieu poreux, on utilise le modèle généralisé de Brinkman-Wooding. La méthode des volumes finis est utilisée pour discrétiser les équations de conservation et l'algorithme SIMPLE pour traiter le couplage pression-vitesse. On s'intéresse à l'effet de l'épaisseur de la couche poreuse sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur.

**Mots clés :** Couche poreuse, Convection mixte, Cavité carrée, Etude numérique, Volumes finis.

### 1. Introduction

Les écoulements convectifs à l'intérieur de cavités remplies d'un milieu poreux saturé par un fluide ont été largement étudiés à cause de leurs multiples applications dans différents systèmes géophysiques et génies industriels, incluant le refroidissement des équipements nucléaires et électroniques, les échangeurs de chaleur, ..., etc. Khanafer et Chamkha [1] ont étudié l'effet d'une génération volumique uniforme de chaleur sur le transfert de chaleur par convection mixte à l'intérieur d'une cavité poreuse saturée par un fluide. Khanafer et Vafai [2] ont étudié numériquement le problème de la convection mixte d'un écoulement non Darcien à l'intérieur d'une cavité carrée poreuse en utilisant la méthode des éléments finis. Le transfert de chaleur par convection mixte à l'intérieur d'une cavité ventilée a été également analysé par Shohel et Pop [3]. Leurs résultats montrent que la structure de l'écoulement passe d'un écoulement unicellulaire à un écoulement multicellulaire suite à la variation de la largeur d'admission. L'analyse du transfert de chaleur par convection mixte dans la même configuration avec les parois verticales mobiles a été effectuée numériquement par Vishnuvardhanarao et Das [4]. Les résultats obtenus montrent que la diminution du nombre de Darcy engendre une suppression des cellules de convection près des parois verticales. D'autres chercheurs se sont intéressés au problème du transfert thermique à l'intérieur des cavités poreuses saturées par un fluide pour différentes conditions aux limites [5-10].

La présente étude s'intéresse à l'influence de l'épaisseur de la couche poreuse  $h$  sur le comportement dynamique de l'écoulement et le transfert de chaleur pour :  $Da=10^{-3}$ ,  $Ri=10$  et  $Re=100$ .

### 2. Description du problème

La configuration du problème étudié est schématisée par la figure 1. Il s'agit d'une cavité carrée, de dimension  $H \times H$ , partiellement occupée par une couche poreuse verticale ayant une épaisseur variable  $h$ . La paroi gauche, maintenue à une température froide  $T_F$ , se déplace vers le haut avec une vitesse constante  $V_p$ . La paroi droite immobile est soumise à une variation linéaire de la température (profil décroissant le long de la paroi). Les parois inférieure et supérieure sont également immobiles et respectivement maintenues à une température chaude uniforme  $T_C$  et adiabatique.

### 3. Modèle mathématique

La formulation mathématique adimensionnelle du problème repose sur les équations de continuité (Eq. 1), de quantité de mouvement (Eqs. 2 et 3) et de l'énergie (Eq. 4) :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{R_\mu}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) - \frac{\delta}{\text{Re} Da} U \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{R_\mu}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) - \frac{\delta}{\text{Re} Da} V + Ri\theta \quad (3)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{R_\lambda}{Pe} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (4)$$

où :  $\delta = 0$  milieu fluide,  
 $\delta = 1$  milieu poreux.

Les variables adimensionnelles sont définies comme suit :

$$(X, Y) = (x, y)/H, \quad (U, V) = (u, v)/V_p, \quad (5)$$

$$\theta = (T - T_F)/(T_C - T_F), \quad P = p/\rho V_p^2$$

Les conditions aux limites adimensionnelles adoptées sont :

$$\text{Paroi gauche : } U = 0, \quad V = 1, \quad \theta = 0$$

$$\text{Paroi droite : } U = 0, \quad V = 0, \quad \theta = 1 - Y$$

$$\text{Paroi supérieure : } U = 0, \quad V = 0, \quad (\partial\theta/\partial Y)_{Y=1} = 0$$

$$\text{Paroi inférieure : } U = 0, \quad V = 0, \quad \theta = 1$$

Les nombres de Nusselt locaux au niveau de la paroi de droite et à l'interface fluide-couche poreuse sont donnés par les relations suivantes :

$$Nu_{Droite} = -(\partial\theta/\partial X)_{X=1} \quad (6)$$

$$Nu_{Interface} = -(\partial\theta/\partial X)_{X=1-h/H} \quad (7)$$

## 4. Résolution numérique

Les équations de quantité de mouvement et d'énergie sont discrétisées par la méthode des volumes finis. L'algorithme SIMPLE est utilisé pour le traitement du couplage pression-vitesse. Pour analyser l'indépendance de la solution numérique du maillage, diverses grilles non uniformes (figure 2) sont examinées et leurs effets sur les profils des composantes ( $U$ ,  $V$ ) de la vitesse sont présentés sur les figures 3 et 4 pour le cas :  $Ri=10$ ,  $Re=100$ ,  $Pr=0.71$ ,  $R_\mu=R_\lambda=1$  et  $Da=10^{-3}$ . En se basant sur ces résultats, on constate que la grille  $82 \times 82$  est largement suffisante pour analyser le problème étudié.

## 5. Validation du programme de calcul

La validation du programme de calcul est obtenue par comparaison avec les résultats de Vishnuvardhanarao et Das [4] pour le cas de la convection mixte dans une cavité poreuse carrée. Les profils du nombre de Nusselt moyen, présentés sur les figures 5a et b, montrent un très bon accord entre nos résultats et ceux de Vishnuvardhanarao et Das [4].

## 6. Résultats et discussion

Dans cette section, nous discutons l'influence de l'épaisseur de la couche poreuse sur l'écoulement et le transfert de chaleur pour :  $Ri=10$ ,  $Re=100$ ,  $Da=10^{-3}$ ,  $Pr=0.7$ ,  $R_\mu=R_\lambda=1$ .

### 6.1. Champs dynamique et thermique

Les figures 6a-c présentent l'influence de l'épaisseur de la couche poreuse sur les contours de la fonction de courant (à gauche) et le champ thermique (à droite). Pour  $h=0.25$  (Fig. 6a), on observe la présence de trois cellules de recirculation. La première cellule résulte de l'effet d'entraînement du fluide par la paroi mobile gauche, (convection forcée) alors que la deuxième cellule est une conséquence directe de l'effet des forces de flottabilité. Cette dernière occupe presque la totalité du volume de la cavité avec une forme elliptique à cause du chauffage linéaire de la paroi de

droite. L'écoulement ascendant près de cette paroi perd une quantité d'énergie (chauffage linéaire décroissant), ce qui conduit à la stagnation d'une partie du fluide dans le coin supérieur près de celle-ci. Cette quantité massique de fluide est entraînée sous l'effet du gradient thermique imposé entre la partie froide de la paroi droite et l'écoulement chaud ascendant ce qui explique la naissance d'une troisième cellule. Au fur et à mesure que l'épaisseur de la couche poreuse augmente (Fig. 6b et 6c), l'intensité des cellules de la convection naturelle diminue de plus en plus. En revanche, l'intensité de la cellule de la convection forcée près de la paroi gauche demeure sensiblement la même pour ces valeurs de  $h$ .

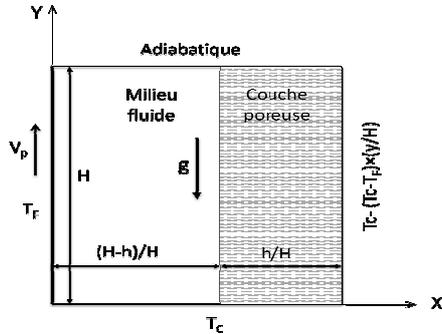


Figure 1 : Géométrie du problème

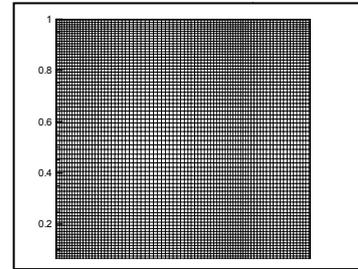


Figure 2 : Maillage utilisé

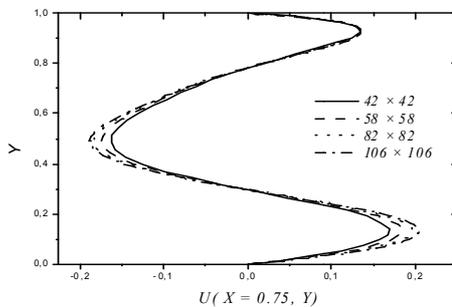


Figure 3: profil de la vitesse horizontale.

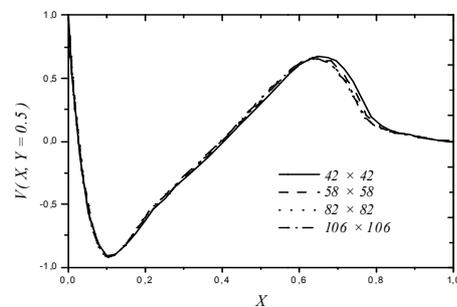


Figure 4: profil de la vitesse verticale.

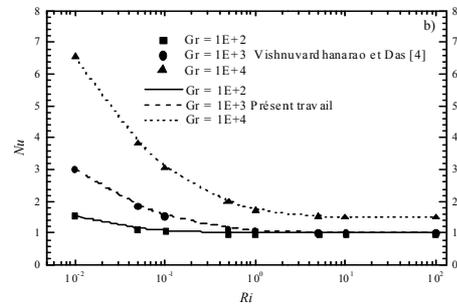
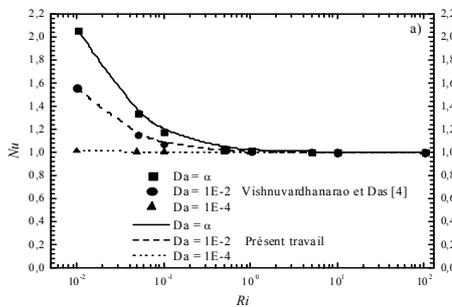


Figure 5 : Nombre de Nusselt moyen en fonction de Richardson, a) pour différents nombres de Darcy, b) pour différents nombres de Grashof.

Pour  $h=0.25$  (Fig. 6a), le champ thermique prend une structure quasi circulaire notamment au milieu de la cavité où la convection naturelle est dominante. Par contre, près de la paroi froide, les isothermes sont des lignes verticales déformées sous l'effet de la convection forcée. On constate aussi une compression des isothermes dans la moitié gauche de la cavité près de la paroi inférieure en montrant un bon échange de chaleur dans cette zone. Dans la zone située à côté de la paroi de droite, la conduction est importante (milieu poreux avec une perméabilité intermédiaire,  $Da=10^{-3}$ ). Pour  $h=0.5$  (Fig. 6b), la structure quasi circulaire du champ thermique commence à disparaître. Pour  $h=0.75$  (Fig. 6c), la conduction devient importante sur la majorité du volume de la cavité. Au fur et à mesure que  $h$  augmente une divergence entre les lignes d'isothermes près de la paroi gauche est observée.

## 6.2. Taux de transfert de chaleur

Les figures 7 et 8 présentent respectivement la variation du nombre de Nusselt local à la paroi de droite et à l'interface fluide-couche poreuse pour différentes valeurs de l'épaisseur de la couche poreuse  $h$ . On remarque que le nombre du Nusselt à la paroi de droite est négatif pour toutes les valeurs de  $h$  (Fig. 7). Cela s'explique par le sens antihoraire de la circulation de fluide ce qui explique que la température de fluide est supérieure à celle de la paroi de

droite. Un faible effet de  $h$  sur le taux de transfert de chaleur à la paroi droite est observé. Pour  $h=0.25$  (Fig. 8), le nombre de Nusselt à l'interface fluide-couche poreuse enregistre une valeur maximale à  $Y=0.25$  où les isothermes sont très serrées à la paroi inférieure. Par contre, au niveau de la partie supérieure, une diminution soudaine du taux de transfert de chaleur est observée. Avec l'augmentation de  $h$ , l'interface fluide-couche poreuse approche de plus en plus vers la partie froide de la cavité ce qui montre une augmentation du taux de transfert de chaleur. Pour  $h=0.75$ , on remarque que le taux de transfert de chaleur devient pratiquement constant à partir de  $Y=0.3$ , ce qui se traduit par la disparition de la structure circulaire des isothermes au voisinage de l'interface fluide-couche poreuse.

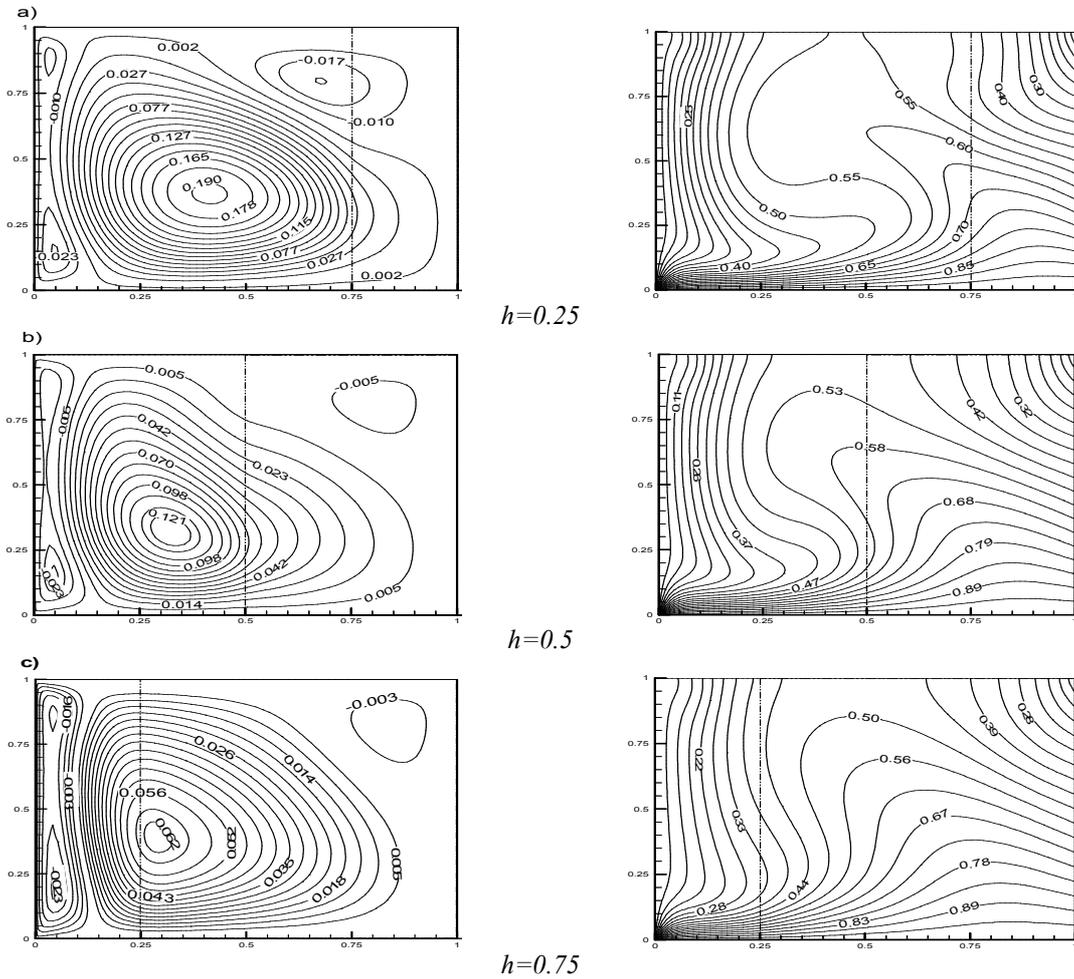


Figure 6 : Fonction du courant (à gauche), Isothermes (à droite) pour différentes valeurs de  $h$ .

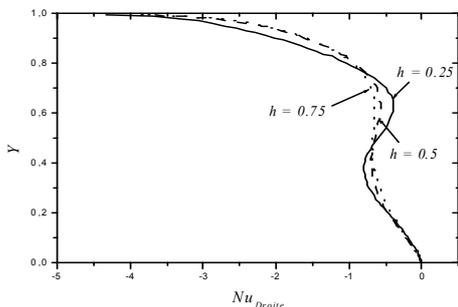


Figure 7 : Nusselt local à la paroi de droite pour différentes valeurs de  $h$ .

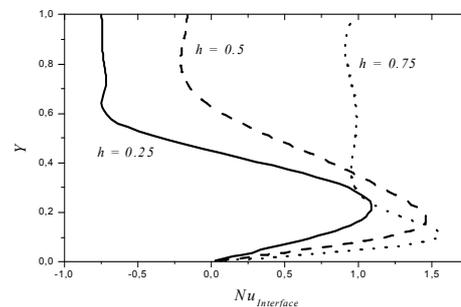


Figure 8 : Nusselt local à l'interface fluide-couche poreuse pour différentes valeurs de  $h$ .

## 7. Conclusion

Dans ce travail, nous avons présenté une étude numérique du transfert de chaleur par convection mixte dans une cavité carrée partiellement occupée par une couche poreuse verticale. Nous avons analysé l'influence de l'épaisseur de la couche poreuse  $h$  sur la structure de l'écoulement et le transfert thermique pour une perméabilité intermédiaire ( $Da=10^{-3}$ ). Les résultats obtenus montrent que l'augmentation de l'épaisseur de la couche poreuse engendre une diminution de l'intensité des cellules de la convection naturelle. La structure quasi circulaire du champ thermique commence à disparaître au fur et à mesure que  $h$  augmente. Un faible effet de  $h$  sur le taux du transfert de chaleur au niveau de la paroi de droite est constaté, par contre, à l'interface fluide-couche poreuse, le taux de transfert de chaleur augmente de plus en plus avec l'augmentation de  $h$  sur une large partie de l'interface ( $Y<0.4$ ). Pour  $Y>0.6$ , le taux de transfert de chaleur entame une décroissance monotone avant de présenter des valeurs quasi constantes. Par ailleurs, le taux de transfert de chaleur pour  $h=0.75$ , présente des valeurs proches de l'unité indiquant la dominance du mode de transfert de chaleur par conduction.

## Nomenclature

$Da$	Nombre de Darcy, $Da = K/H^2$	$V_p$	Vitesse à la paroi, $m \cdot s^{-1}$
$g$	Accélération de la pesanteur, $m \cdot s^{-2}$	$x$	Coordonnée axiale, $m$
$Gr$	Nombre de Grashof, $Gr = g\beta\Delta TH^3/\nu^2$	$X$	Coordonnée axiale adimensionnelle
$H$	Hauteur de la cavité, $m$	$y$	Coordonnée transversale, $m$
$h$	Épaisseur de la couche poreuse, $m$	$Y$	Coordonnée transversale adimensionnelle
$Nu$	Nombre du Nusselt local	Lettres grecques :	
$p$	Pression, $Pa$	$\lambda_{eff}$	Conductivité thermique effective, $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
$P$	Pression adimensionnelle, $P = p/\rho V_p^2$	$\mu$	Viscosité dynamique, $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$
$Pe$	Nombre du Peclet, $Pe = \rho C_p v H / \lambda$	$\nu$	Viscosité cinématique, $m^2 \cdot s^{-1}$
$Pr$	Nombre du Prandtl, $Pr = \mu \cdot C_p / \lambda$	$\theta$	Température adimensionnelle
$Re$	Nombre de Reynolds, $Re = \rho v H / \mu$	$\rho$	Masse volumique, $kg \cdot m^{-3}$
$Ri$	Nombre de Richardson, $Ri = g\beta\Delta TH/\nu^2$	Indices:	
$R_\lambda$	Rapport de la conductivité thermique, $\lambda_{eff}/\lambda_f$	C	Chaud
$R_\mu$	Rapport de la viscosité dynamique, $\mu_{eff}/\mu_f$	F	Froid
$T$	Température, $K$	$eff$	Effective
$u$	Composante horizontale de la vitesse, $m \cdot s^{-1}$	$f$	Fluide
$U$	Composante adimensionnelle de la vitesse	$p$	Paroi
$v$	Composante transversale de la vitesse, $m \cdot s^{-1}$		
$V$	Composante adimensionnelle de la vitesse		

## References

- [1] Khanafer, K., et Chamkha, A. J., Mixed Convection Flow in a Lid-Driven Enclosure Filled with a Fluid-Saturated Porous Medium, *International Journal Heat and Mass Transfer*, Volume 42, Pages 2465–2481, 1999.
- [2] Khanafer, K., et Vafai, K., Double-diffusive mixed convection in a lid-driven enclosure filled with a fluid-saturated porous medium, *Numerical Heat Transfer Part A*, Volume 42, Pages 465–486, 2002.
- [3] Shohel, M., et Pop, I., Mixed convection in a square vented enclosure filled with a porous medium, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 49, Pages 2190–2206, 2006.
- [4] Vishnuvardhanarao, E., et Das, M., Laminar mixed convection in a parallel two-sided lid-driven differentially heated square cavity fluid with a fluid-saturated porous medium, *Numerical Heat Transfer Part A*, Volume 53, Pages 88–110, 2008.
- [5] Hung, Y.M., et Tso, C.P., Effects of viscous dissipation on fully developed forced convection in porous media, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Volume 36, Pages 597–603, 2008.
- [6] Barletta, A., et Magyari, E., Pop, I., Storesletten, L., Unified analytical approach to the Darcy mixed convection with viscous dissipation in a vertical channel, *International Journal of Thermal Sciences*, Volume 47, Pages 408–416, 2008.
- [7] Barletta, A., et Nield, D.A., Mixed convection with viscous dissipation and pressure work in a lid-driven square enclosure, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 52, Pages 4244–4253, 2009.
- [8] Wong, K. C., et Saeid, N.H., Numerical study of mixed convection on jet impingement cooling in a horizontal porous layer-using Brinkman-extended Darcy model, *International Journal of Thermal Sciences*, Volume 48, Pages 96–104, 2009.
- [9] Barletta, A., et Nield, D.A., Mixed convection with viscous dissipation and pressure work in a lid-driven square enclosure, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 52, Pages 4244–4253, 2009.
- [10] Basak, T., Roy, S., Kumar, S., Pop, I., Analysis of mixed convection in a lid-driven porous square cavity with linearly heated side wall(s). *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 53, Pages 1819–1840, 2010.