

Effet du rayonnement de surfaces sur la convection naturelle pour de larges gradients thermiques

Saber HAMIMID¹, Messaoud GUELLAL¹, Madiha BOUAFIA²

¹ *Laboratoire de Génie des Procédés Chimiques, Faculté de Technologie, Université de Sétif 1, Algérie*
sab_hamimid@yahoo.fr

¹ *Laboratoire de Génie des Procédés Chimiques, Faculté de Technologie, Université de Sétif 1, Algérie*
messaoud.guellal@gmail.com

² *Laboratoire de Mécanique et Energétique d'Evry, Université d'Evry Val d'Essonne, France*
madiha.bouafia@ufrst.univ-evry.fr

Résumé : Le travail consiste à étudier le couplage convection naturelle rayonnement dans une cavité différentiellement chauffée dans le cas hors Boussinesq. L'objectif est de prendre en compte des grands écarts de température par le choix de modèle dit faible Mach qui permet de s'affranchir de l'hypothèse de Boussinesq, tout en conservant le découplage entre les fluctuations de pression et de masse volumique, caractéristique des écoulements incompressibles. La résolution numérique de ce problème s'effectue par l'approximation en volumes finis des équations généralisées de Navier-Stokes et des conditions aux limites radiatives. Les résultats obtenus montrent que pour des larges gradients thermiques, l'approximation de Boussinesq n'est plus applicable et que le rayonnement de surface modifie considérablement le transfert thermique.

Mots clés : Convection naturelle, rayonnement, approximation faible Nombre Mach, simulation numérique

1. Introduction

La convection naturelle en milieu confiné est largement rencontrée en ingénierie (collecteurs d'énergie solaire, refroidissement des composants électroniques, confort thermique dans les bâtiments, fours...). Bien que le rayonnement apporte une contribution significative aux transferts thermiques dans de tels systèmes, rares sont les études qui tiennent compte du couplage de la convection naturelle avec le rayonnement même si ce couplage est inhérent en convection naturelle. De plus, ces configurations sont propices aux études d'instabilités et le fait que les conditions aux limites soient parfaitement définies facilitent l'utilisation de la simulation numérique. Notre travail consiste à étudier le couplage convection naturelle rayonnement dans une cavité différentiellement chauffée dans le cas hors Boussinesq [1]. L'objectif ici est de prendre en compte des grands écarts de température par le choix de modèles dits faible Mach qui permettent de s'affranchir de l'hypothèse de Boussinesq, tout en conservant le découplage entre les fluctuations de pression et de masse volumique, caractéristique des écoulements incompressibles. La résolution numérique de ce problème passe essentiellement par l'approximation en volumes finis des équations généralisées de Navier-Stokes et les conditions aux limites radiatives.

Une attention particulière est accordée à l'examen de l'effet de l'émissivité des parois sur la distribution de la température, sur la structure de l'écoulement au sein de la cavité et sur la contribution du rayonnement au transfert de chaleur global.

2. Formulation mathématique

La configuration physique utilisée est représentée sur la figure (1). Le fluide est un gaz parfait (air) confiné dans une cavité carrée de côté H , l'écoulement est décrit par les équations de Navier-Stokes pour un fluide newtonien compressible et visqueux. Les parois verticales de la cavité sont maintenues à des températures constantes T_c et T_f ($T_c > T_f$), alors que les parois horizontales sont supposées soumises à un flux radiatif tel que : $-k \frac{\partial T}{\partial y} + q_r = 0$. Les coefficients thermodynamiques C_v ; C_p ; sont pris constants. La conductivité et la viscosité sont obtenues grâce à la loi de Sutherland [2] :

$$\mu(T) = (2\varepsilon_b T + 1)^{3/2} \frac{(1 + S_\mu/T_0)}{2\varepsilon_b T + 1 + S_\mu/T_0} \quad \text{et} \quad k(T) = \frac{\mu(T)}{\text{Pr}}$$

Avec: $S_\mu = 110.4$ constante estimée $T_0 = (T_c + T_f) / 2 = 300K$ [2]

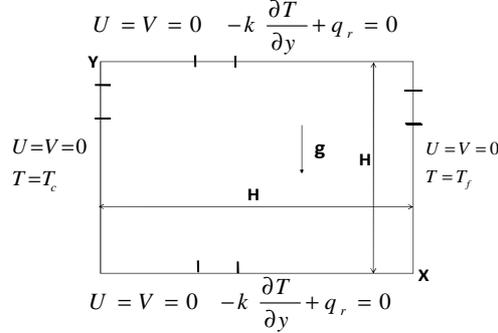


Figure 1 : Configuration physique et conditions aux limites.

On néglige toutes les formes de génération interne de chaleur et la dissipation visqueuse. Ces équations sont écrites sous forme adimensionnelle comme suit:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial \Pi}{\partial X} + \text{Pr} \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left(\mu \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\mu \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + \frac{1}{3} \nabla \mu \nabla \bar{V} \right\} \quad (2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial \Pi}{\partial Y} - Ra \text{Pr} \frac{\rho - 1}{2\varepsilon_b} + \text{Pr} \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left(\mu \frac{\partial V}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\mu \frac{\partial V}{\partial Y} \right) + \frac{1}{3} \nabla \mu \nabla \bar{V} \right\} \quad (3)$$

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial X} + V \frac{\partial T}{\partial Y} \right) = \frac{\partial}{\partial X} \left(k \frac{\partial T}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(k \frac{\partial T}{\partial Y} \right) + \frac{\gamma - 1}{2\varepsilon_b \gamma} \frac{d\bar{P}}{dt} \quad (4)$$

$$\rho = \frac{\bar{P}}{(2\varepsilon_b T + 1)} \quad (5)$$

La pression thermodynamique moyenne $\bar{P}(t)$ et sa dérivé sont calculées à partir d'équations supplémentaires définies par:

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = 2\varepsilon_b \gamma \cdot \frac{1}{\int_{\Omega} d\Omega} \cdot \int_S k \frac{\partial T}{\partial n} dS \quad (6)$$

$$\bar{P} = \frac{\int_{\Omega} d\Omega}{\int_{\Omega} \frac{1}{2\varepsilon_b T + 1} d\Omega} \quad (7)$$

Où : U, V sont les composantes adimensionnelle du vecteur vitesse, $\Pi = (p - \bar{p} + \rho_0 g y) / \rho_0 (\alpha_0 / H)^2$ la pression adimensionnelle, T : la température adimensionnelle, ρ : la densité adimensionnelle, $\varepsilon_b = \Delta T / 2T_0$: paramètre de Boussinesq, S, Ω : surface et volume du volume de contrôle respectivement.

En présence du rayonnement la condition adiabatique est traduite par l'équilibre entre les flux convectif et radiatif. Dans ce cas le rayonnement de surfaces ne modifie pas les équations gouvernant le mouvement du fluide mais modifie seulement les conditions aux limites thermiques. Le couplage de la convection naturelle avec le rayonnement de surfaces pour un milieu transparent d'émissivité \mathcal{E} se fait uniquement à travers les conditions aux limites thermiques. Ce qui se traduit au niveau des parois horizontales ($Y=0$ et $Y=1$) par :

$$-\frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0,1} + NrQ_r\Big|_{y=0,1} = 0 \quad (8)$$

Nr est le nombre de rayonnement ($Nr = \varepsilon \sigma T_0^4 H / (k \Delta T)$).

Q_r es le flux de rayonnement adimensionnel. Il s'exprime pour une surface Si par :

$$Q_{r,i} = R_i - \sum_{j=1}^N R_j F_{i-j} \quad (9)$$

Où R_i est la radiosité adimensionnelle et $F_{i,j}$ est le facteur de forme entre les parois i et j [3]. La Radiosité adimensionnelle est obtenue en résolvant le système :

$$\sum_{j=1}^N (\delta_{ij} - (1 - \varepsilon_i) F_{i-j}) R_j = \varepsilon_i \Theta_i^4 \quad (10)$$

La radiosité R_i et la température θ_i sont reliées par une matrice A tel que : $[A_{i,j}] \{R_i\} = \{\sigma \theta_i^4\}$ (11)

3. Résultats et discussions

Les différentes équations ont été discrétisées moyennant la procédure numérique des volumes finis et le schéma d'approximation utilisé est celui de la "loi de puissance" (Power Law) [4]. Le système d'équations ainsi discrétisé a été résolu par l'algorithme "SIMPLER". La technique ligne par ligne, qui combine entre une méthode directe (algorithme de thomas) et une méthode itérative (gauss Seidel), est utilisée pour la résolution des équations algébriques. Pour résoudre l'équation (10), les surfaces radiatives du solide formant la cavité ont été discrétisées en un nombre N de surfaces radiatives. A chaque itération interne (relative au calcul des températures des surfaces), le système linéaire des équations de radiosités (Eq. 10) est résolu par une méthode directe, la résolution du problème radiatif se fait par la construction explicite de la matrice A (le calcul des facteurs de forme) et son inversion directe.

3.1. Validation du code numérique

Afin de vérifier le bon fonctionnement du code de calcul, le modèle numérique a été ramené au cas de la convection naturelle pure en non-Boussinesq, rapporté dans les travaux de [6] et [7]. Les résultats selon le cas étudié sont présentés dans le tableau 1 et ont été comparés avec ceux de [6] et [7] qui montrent un excellent accord.

Tableau 1 : comparaison des résultats obtenus avec ceux de [6] et [7].

	Heuveline[6]	Darbandi[7]	Travail présent
Cas testé 1 ($Ra = 10^6$, $\varepsilon = 0.6$ et propriétés constantes)			
Nu(c)	8.859778	8.88000	8,85847
Nu(f)	8.85978	8.88000	8,85847
\bar{p}/p_0	0.85634	0.85500	0.85584
Cas testé 2 ($Ra = 10^6$, $\varepsilon = 0.6$ et propriétés variables, loi de Sutherland)			
Nu(c)	8.6889	8.7150	8.70078
Nu(f)	8.6831	8.7150	8.70057
\bar{p}/p_0	0.9249	0.9225	0.92498
Type de maillage	400 000	300 × 300	300 × 300

4.2. Effet du rayonnement de surfaces

Le rayonnement de surface modifie la distribution des températures le long des parois horizontales (Figure 2). Ce comportement s'explique par le fait que la paroi haute perd de la chaleur (flux net radiatif essentiellement positif) indiquant un mouvement descendant près de la paroi chaude, alors que la paroi basse reçoit de la chaleur (flux net radiatif essentiellement négatif) indiquant un mouvement ascendant près de la paroi chaude. Les isothermes et les lignes de courant de la figure 3 montrent que le transfert de chaleur par rayonnement affecte considérablement la structure de flux: la stratification est réduite par rapport au cas sans rayonnement. Contrairement au cas de la vitesse verticale où la variation de l'émissivité n'a presque aucun effet sur le profil (Figure 5b), l'effet du rayonnement sur les couches limites dynamique horizontale (figure 5b) et thermique (figure 4) est important.

Les figures 6a et 6b montrent les variations des nombres de Nusselt convectifs et radiatifs obtenus pour $Ra=10^6$ en fonction de l'émissivité \mathcal{E} . Les nombres de Nusselt convectifs décroissent avec l'augmentation de \mathcal{E} (Figure 6a). Cette décroissance est plus remarquable près de la paroi horizontale inférieure, tandis que les nombres de Nusselt radiatifs augmentent avec \mathcal{E} (Figure 6b).

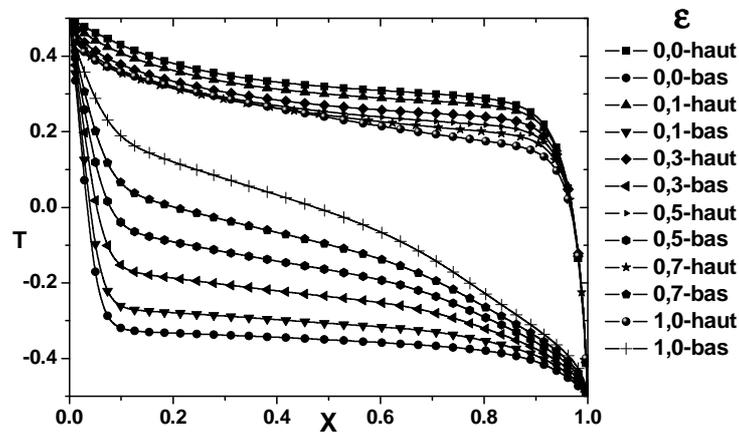


Figure 2: Profils de température aux parois haute et basse pour $Ra=10^6$ et $\epsilon_b=0.6$. Effet de l'émissivité

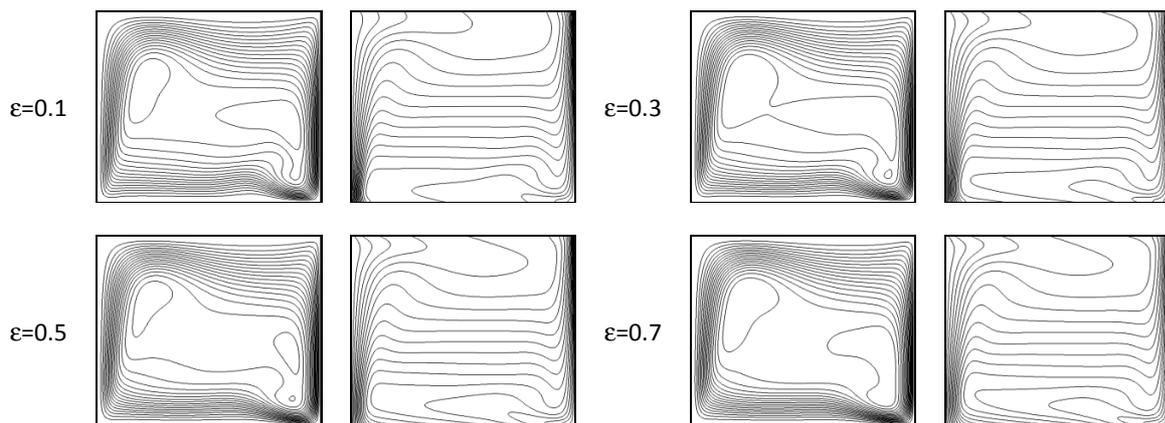


Figure 3: Lignes de courant (gauche) et isothermes (droite) pour $Ra=10^6$, $T_0=300$ K, et $\epsilon_b=0.6$.

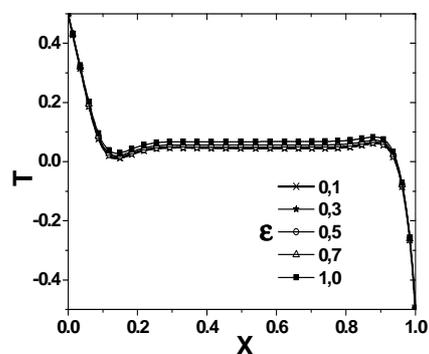


Figure 4 : Profils de la température en $x = 0.5$ pour $Ra=10^6$ et $\epsilon_b=0.6$. Effet de l'émissivité.

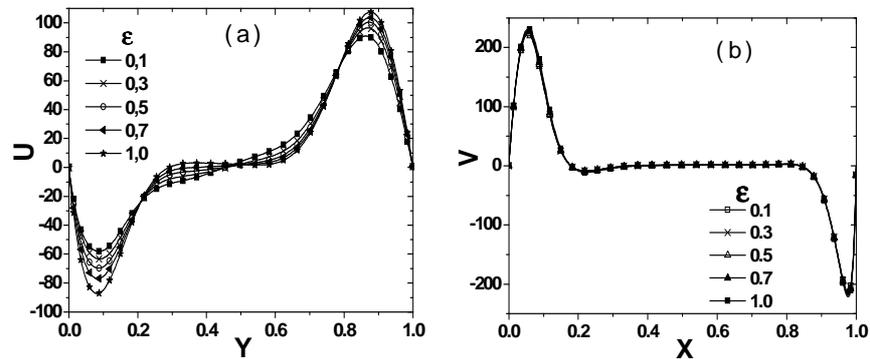


Figure 5 : Profils vitesse horizontale en $x = 0.5$ (a) et verticale en $y = 0.5$ (b) pour $Ra=10^6$ et $\epsilon_b=0.6$. Effet de l'émissivité.

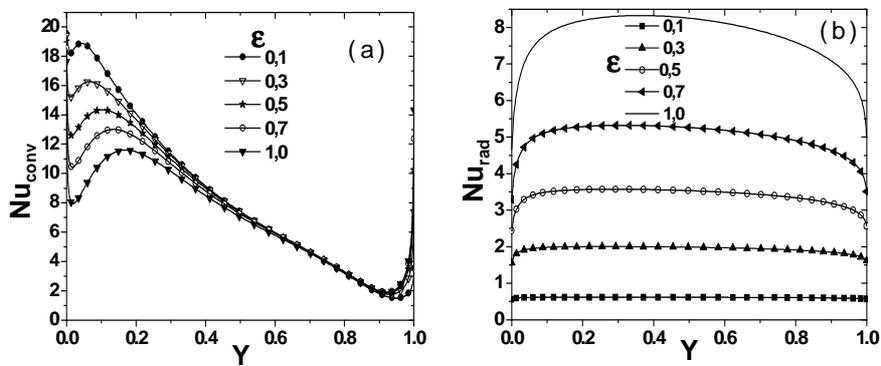


Figure 6. Profils des nombre de Nusselt convectif (a), radiatif (b) le long de la paroi chaude de la cavité pour $Ra=10^6$ et $\epsilon_b=0.6$. Effet de l'émissivité.

5. Conclusion

D'après les résultats obtenus, on peut conclure que pour des larges gradients thermiques, l'approximation de Boussinesq n'est plus applicable et peut être remplacée par le modèle faible nombre Mach. Le rayonnement de surface modifie considérablement les propriétés thermiques et dynamiques de l'écoulement. Le rayonnement en surface influe sur les isothermes et la structure de l'écoulement, et provoque un changement considérable de transfert de chaleur à travers la cavité.

6. Références

- [1] S. Paolucci. On the filtering of sound from the navier-stokes equations. Technical Report SAND82- 8257, SANDIA National Labs., Livermore, CA (USA), 1982.
- [2] F. M. White, Viscous Fluid Flow, McGraw-Hill, New York, 1974
- [3] J.R. Howell, A Catalog of Radiation Configuration Factors, McGraw-Hill, New York, 1982.
- [4] S.V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow. Hemisphere, Washington, D.C., U.S.A, 1980
- [5] W. Hong, S. Xin, P. Le Quéré, Étude numérique du couplage de la convection naturelle avec le rayonnement de surfaces en cavité carrée remplie d'air. C. R. Mécanique 334, 48–57, 2006
- [6] V. Heuveline, On higher-order mixed FEM for low Mach number flows: application to a natural convection benchmark problem. Int. J. Numer. Methods Fluids, 41,1339–1356, 2003
- [7] M. Darbandi and S.F. Hosseinizadeh, General pressure-correction strategy to include density variation in incompressible algorithms. AIAA J. Thermophysics Heat Transfer, 17, 372–380, 2003
- [8] M. Bouafia, O. Daube, ' Natural convection for large temperature gradients around a square solid body within a rectangular cavity, Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 50, Issue 17-18, 2007