

## Stockage d'Énergie par Chaleur Sensible dans les Conduites Planes et Cylindriques avec Convection Forcée Laminaire

Auteurs : Mohammed BECHIRI et Kacem MANSOURI

Adresse des auteurs : *Laboratoire d'Énergétique, Mécanique et Ingénierie, UMB Boumerdès, Algérie*

Email des auteurs [bechiri\\_med@yahoo.fr](mailto:bechiri_med@yahoo.fr), [manskac@yahoo.fr](mailto:manskac@yahoo.fr)

**Résumé :** On examine dans cet article les performances de système de stockage d'énergie thermique sensible qui consiste en plaques-parallèles et conduites cylindriques. Le fluide caloporteur qui circule à l'intérieur des conduites est soumis à une température d'entrée périodique. Quatre matériaux du stockage, thermiquement différents à savoir le Silicium-carburé, l'Acier-inoxydable, la brique-réfractaire et l'alumine sont testés. La Technique de Transformée Intégrale Généralisée (GITT) est utilisée pour étudier la réponse transitoire d'une unité de stockage sur convection forcée laminaire. La performance thermique de ces matériaux est évaluée en termes de température moyenne à la sortie, fréquence de la température d'entrée, efficacité de stockage, et l'énergie totale stockée en fonction de l'épaisseur de la conduite.

**Mots clés :** stockage thermique ; chaleur sensible; plaques parallèles; conduite cylindrique; convection forcée.

### 1. Introduction

L'analyse du transfert de chaleur par convection et conduction en régime instationnaire ne répond pas seulement à une préoccupation théorique. Elle concerne directement une grande variété de situations industrielles. En particulier, on peut citer les problèmes liés aux phases d'arrêt et de démarrage d'un échangeur de chaleur dans une centrale de puissance ou le fonctionnement des chaudières solaires est périodique.

La plupart des études traitant le régime laminaire sont liées au régime permanent. Le régime transitoire reste à nos jours peu exploré. C'est pour cette raison que l'étude proposée ici constitue une contribution en régime transitoire.

Dans la présente étude on traite un cas particulier de régime variable à savoir la réponse fréquentielle d'un système de tubes cylindriques (ou plaques parallèles) parcourus par un fluide en régime laminaire. Les paramètres thermo-physiques qui conditionnent la fonction de transfert tels que la fréquence du signal thermique d'entrée, l'épaisseur des parois ou le rapport des capacités thermiques fluide/solide sont étudiés.

Les équations caractéristiques des échanges thermiques par convection en régime instationnaire sont écrites pour la première fois par Profos (1943). Depuis, de nombreux auteurs ont poursuivi ces travaux avec des applications directes aux échangeurs de chaleurs. Dans toute ces études, les auteurs font appelle à la notion de coefficient d'échange ( $h$ ). A la fin des années 60, les premières études détaillées sur le comportement du coefficient d'échanges sont entreprises. E. M. Sparrow et de Farias [1] constatent en étudiant un écoulement fluide entre deux plaques parallèles, pour une température d'entrée sinusoïdale, que ce coefficient  $h(t)$  est lui-même périodique et prend des valeurs infinis positives ou négatives au cours du temps.

### 2. Description du problème

Le système de stockage de l'énergie thermique sensible consiste à un ensemble de plaques parallèles ou de tubes cylindriques dans lesquels le fluide caloporteur circule par convection forcée laminaire. L'unité de stockage (plaques et tubes) montrée dans la figure (1), avec paroi externe adiabatique et température d'entrée périodique, représente le système physique qui a été analysé.

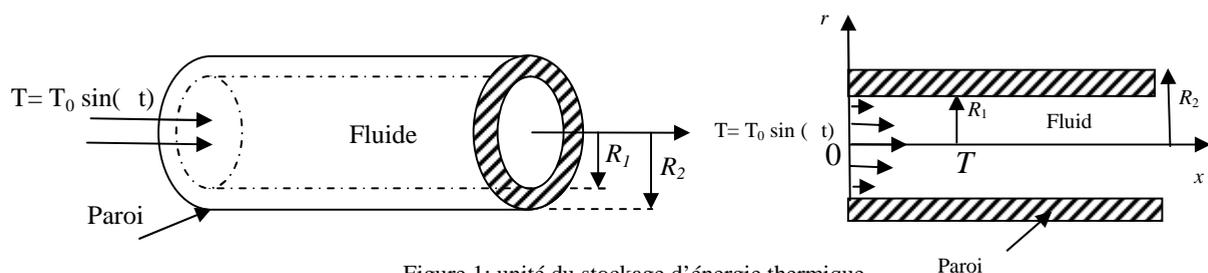


Figure 1: unité du stockage d'énergie thermique.

## 2.1 Formulation mathématique

Le modèle mathématique, formulé en coordonnées bidimensionnelles, qui décrit la convection forcée laminaire conjuguée en régime périodique peut être écrit sous forme adimensionnels tel que :

*Région fluide :*

$$\frac{\partial \theta_f(\xi, \eta, \tau)}{\partial \tau} + W(\eta) \frac{\partial \theta_f(\xi, \eta, \tau)}{\partial \xi} = \frac{1}{\eta^m} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta^m \frac{\partial \theta_f(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta} \right) \quad 0 < \eta < 1, \quad \xi > 0, \quad \tau > 0 \quad (1a)$$

$$\theta_f(0, \eta, \tau) = \exp(i\Omega \tau), \quad 0 \leq \eta \leq 1, \quad \tau > 0 \quad (1b)$$

$$\left. \frac{\partial \theta_f(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = 0, \quad \xi > 0, \quad \tau > 0 \quad (1c)$$

*Région solide :*

$$\frac{1}{\eta^m} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta^m \frac{\partial \theta_s(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta} \right) = \Gamma \frac{\partial \theta_s(\xi, \eta, \tau)}{\partial \tau} \quad 1 < \eta < R^+, \quad \xi > 0, \quad t > 0 \quad (1a)$$

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial \eta} = 0 \quad \eta = R^+, \quad \xi > 0, \quad \tau > 0 \quad (1b)$$

*Interface solide fluide :*

$$\frac{\partial \theta_f(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta} = \gamma \frac{\partial \theta_s(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta}, \quad \eta = 1, \quad \xi > 0, \quad \tau > 0 \quad (1d)$$

$$\theta_f(\xi, \eta, \tau) = \theta_s(\xi, \eta, \tau), \quad \eta = 1, \quad \xi > 0, \quad \tau > 0 \quad (1e)$$

$m = 0$  : pour les plaques parallèles et  $m = 1$  : pour la conduite cylindrique

Comme le régime périodique est établi, les températures dans le fluide et dans le solide sont écrites tels que :

$$\theta(\xi, \eta, \tau) = \tilde{\theta}(\xi, \eta) \exp(i\Omega \tau) \quad (2)$$

En introduisant l'expression (2) dans le système (1), on obtient le système suivant:

*Région fluide :*

$$W(\eta) \frac{\partial \tilde{\theta}_f(\xi, \eta)}{\partial \xi} = \frac{1}{\eta^m} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta^m \varepsilon(\eta) \frac{\partial \tilde{\theta}_f(\xi, \eta)}{\partial \eta} \right) - i\Omega \tilde{\theta}_f(\xi, \eta) \quad 0 < \eta < 1, \quad \xi > 0 \quad (3a)$$

$$\tilde{\theta}_f(0, \eta) = 1, \quad 0 \leq \eta \leq 1, \quad (3b)$$

$$\left. \frac{\partial \tilde{\theta}_f(\xi, \eta)}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = 0, \quad \xi > 0, \quad (3c)$$

*Région solide :*

$$\frac{1}{\eta^m} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta^m \frac{\partial \tilde{\theta}_s(\xi, \eta)}{\partial \eta} \right) = 2i \left( \frac{\beta_s}{R^* - 1} \right)^2 \tilde{\theta}_s(\xi, \eta) \quad 1 < \eta < R^*, \quad \xi > 0, \quad (3d)$$

$$\frac{\partial \tilde{\theta}_s(\xi, \eta)}{\partial \eta} = 0 \quad \eta = R^+, \quad \xi > 0, \quad (3e)$$

*Interface solide fluide :*

$$\frac{\partial \tilde{\theta}_f(\xi, \eta)}{\partial \eta} = \gamma \frac{\partial \tilde{\theta}_s(\xi, \eta)}{\partial \eta}, \quad \eta = 1, \quad \xi > 0, \quad (3f)$$

$$\tilde{\theta}_f(\xi, \eta) = \tilde{\theta}_s(\xi, \eta), \quad \eta = 1, \quad \xi > 0, \quad (3g)$$

## 2.2 Méthode de résolution

En introduisant le paramètre complexe  $\tilde{\beta}_s = \beta_s(1-i)$ , La distribution de température dans la veine fluide est évaluée avec la résolution du système suivant :

$$W(\eta) \frac{\partial \tilde{\theta}_f(\xi, \eta)}{\partial \xi} = \frac{1}{\eta^m} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta^m \frac{\partial \tilde{\theta}_f(\xi, \eta)}{\partial \eta} \right) - i\Omega \tilde{\theta}_f(\xi, \eta) \quad 0 < \eta < 1, \quad \xi > 0 \quad (4a)$$

$$\tilde{\theta}_f(0, \eta) = 1, \quad 0 \leq \eta \leq 1, \quad (4b)$$

$$\left. \frac{\partial \tilde{\theta}_f(\xi, \eta)}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = 0, \quad \xi > 0, \quad (4d)$$

$$\frac{\partial \tilde{\theta}_f(\xi, \eta)}{\partial \eta} + \tilde{H} \tilde{\theta}_f(\xi, \eta) = 0, \quad \eta = 1, \quad \xi > 0, \quad (4e)$$

le paramètre complexe  $\tilde{H}$  intègre le rôle de la paroi sur l'écoulement. Il s'écrit en forme générale :

$$\tilde{H} = R_H + i G_H$$

Une solution formaliste du problème (4) est développée à travers la Technique de Transformée Intégrale Généralisée (GITT). Cependant, la solution complète exige le calcul des valeurs propres (*eigenvalues*), fonctions propres (*eigenfunctions*) et la normalisation d'un système Sturm-Liouville complexe. Un problème auxiliaire aux valeurs propres est obtenu à partir du système complexe originale (4) tel que :

$$\frac{1}{\eta^m} \frac{d}{d\eta} \left( \eta^m \frac{d\psi(\mu_k, \eta)}{d\eta} \right) + \mu_k^2 \psi(\mu_k, \eta) = 0 \quad 0 < \eta < 1 \quad (5a)$$

$$\left. \frac{d\psi(\mu_k, \eta)}{d\eta} \right|_{\eta=0} = 0, \quad \eta = 0, \quad (5b)$$

$$\frac{\partial \psi(\mu_k, \eta)}{\partial \eta} + R_H \psi(\mu_k, \eta) = 0, \quad \eta = 1, \quad (5c)$$

Les fonctions propres du problème auxiliaire sont données respectivement pour les plaques et les tubes par :

$$\psi(\mu_k, \eta) = \cos(\mu_k \eta) \quad (5d)$$

$$\psi(\mu_k, \eta) = J_0(\mu_k \eta) \quad (5e)$$

bien que le paramètre  $\mu_k$  peut être déterminé respectivement par les équations transcendentes suivantes :

$$\mu_k \sin(\mu_k, \eta) = \cos(\mu_k \eta) \quad (5f)$$

$$\mu_k J_1(\mu_k) = R_H J_0(\mu_k) \quad (5g)$$

Le problème auxiliaire (5) autorise la définition d'une transformé intégrale paire pour la fonction  $(\cdot, \cdot)$  tel que :

$$\text{Inversion :} \quad \tilde{\theta}_f(\xi, \eta) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{N_k^{1/2}} \psi(\mu_k, \eta) \bar{\theta}_k(\xi) \quad (6a)$$

$$\text{Transformée :} \quad \bar{\theta}_k(\xi) = \int_0^1 \eta^m \frac{\psi(\mu_k, \eta)}{N_k^{1/2}} \tilde{\theta}_f(\xi, \eta) d\eta \quad (6b)$$

$$\text{où l'intégrale de la normalisation est donnée par : } N_k = \int_0^1 \eta^m [\psi(\mu_k, \eta)]^2 d\eta \quad (6c)$$

### 2.3 Bilan énergétique et efficacité de stockage

La chaleur sensible accumulée dans la paroi pendant le processus de charge (en premier demi-période) peut être exprimée comme suit :

$$f_s = 2(m+1) \gamma R_1^2 \frac{\pi}{\tau^+} \left( \frac{\rho C}{k} \right)_s \left| \frac{H_3}{H_2} \sum_{j=1}^N \frac{\psi(\mu_j, 1)}{N_j^{1/2}} \sum_{k=1}^N \frac{C_k V_{jk}}{\lambda_k} (1 - \exp(-\lambda_k \xi_L)) \right| \quad (7)$$

### 3 Résultats et commentaires

En état actuel, nous retiendrons les conditions de travail utilisées autrefois dans les références [2] en régime laminaire, ou les couples de matériaux utilisés sont donnés par la table (2.1) ci-dessous :

**Table. 2.1** : Propriétés thermophysiques des matériaux utilisés.

	$k$ ( $W m^{-1} K^{-1}$ )	$C$ ( $J k g^{-1} K^{-1}$ )	$\rho$ ( $kg m^{-3}$ )	$\rho C$ ( $J m^{-3} K^{-1}$ )	$\nu$ ( $m^2 s^{-1}$ )
<b>Alumine</b>	9.83			$3.32 \cdot 10^6$	
<b>Brique</b>	0.66			$1.428 \cdot 10^6$	
<b>Silicon-carbide</b>	490	675	3160		
<b>Acier inoxydable</b>	13.8	460	7817		
<b>Air (300°C)</b>	$4.29 \cdot 10^{-2}$	1047	0.596	624	$4.92 \cdot 10^{-5}$
<b>Oil (300°C)</b>	0.132	2471	806.5		$5.83 \cdot 10^{-6}$
<b>Santotherm55 (300°C)</b>	0.1104	2951	720	$2.072 \cdot 10^6$	$6.4 \cdot 10^{-7}$
<b>Eau (300°C)</b>	0.6	4.182	998.2		$1.00510^{-6}$

En fixant la période du signal thermique d'entrée à  $\tau^+ = 24h$  et le rayon de la conduite (semi-espacement entre plaques)  $R_1=2cm$ , la longueur de la conduite  $L=10m$ , le nombre de Reynolds  $Re=500$ , le problème consiste donc à définir la géométrie du système conduisant à un stockage optimal et un filtrage meilleur de la température du fluide à la sortie.

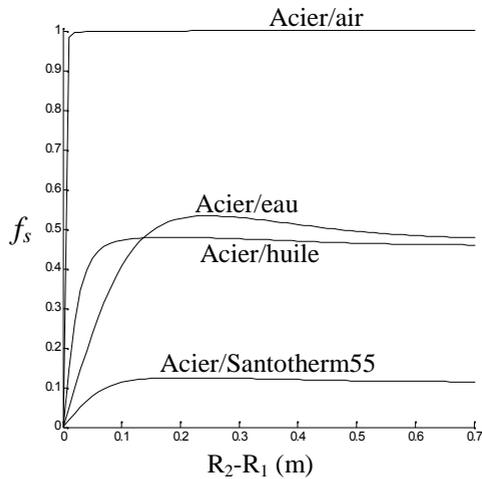


Figure 2 : Efficacité du stockage dans les plaques pour différents fluides caloporteurs.

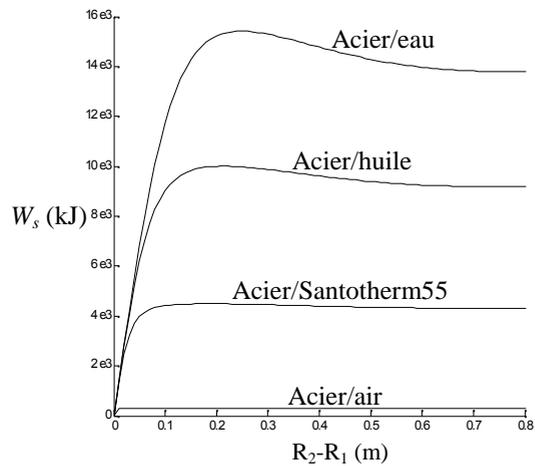


Figure 3 : Energie stockée dans les plaques pour différents fluides caloporteurs.

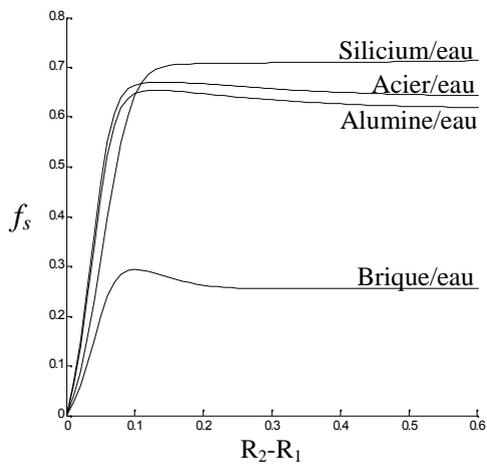


Figure 4 : Efficacité de stockage dans les tubes pour différents matériaux du stockage.

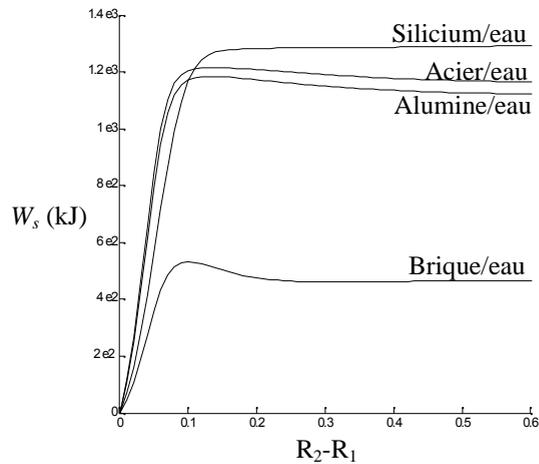


Figure 5 : Energie stockée dans les tubes pour différents matériaux du stockage.

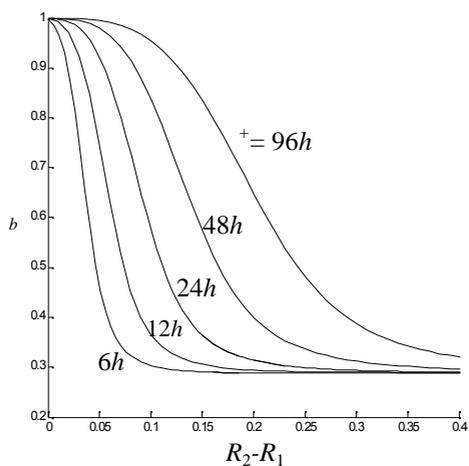


Figure 6 : Amplitude de la température moyenne à la sortie du tube pour différente période.

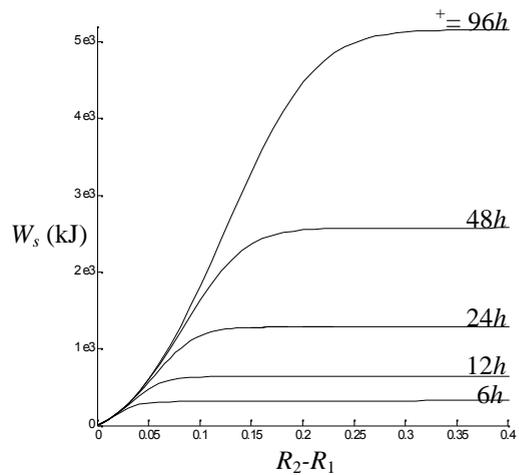


Figure 7 : Energie stockée dans le tube pour différente période.

Les figures (2) et (3) montrent une comparaison entre l'huile, l'eau, le Santotherm55 et l'air qui sont utilisés comme fluides caloporteurs sous les mêmes conditions. Le fluide caloporteur détermine le rapport de transfert d'énergie par unité masse. La figure (2) montre que la meilleure efficacité de stockage est obtenue si on utilise l'air comme fluide caloporteur, mais ça ne signifie pas que la quantité d'énergie stockée sera aussi la meilleure (fig. 3), cette figure montre qu'avec l'utilisation de l'eau comme fluide caloporteur on peut stocker la grande quantité d'énergie possible, ce phénomène est proprement lié à la capacité thermique de chaque fluide caloporteur. L'air qui a une faible capacité thermique porte une faible quantité d'énergie à l'entrée du conduit, cette énergie sera facilement stockée dans les parois ce qui donne une bonne efficacité de stockage et faible quantité d'énergie stockée, ce qui est l'inverse si on remplace l'air par l'eau. D'autre coté, on voit bien que l'eau donne une meilleure efficacité de stockage et une bonne quantité d'énergie comparativement avec le Santotherm55 et l'huile.

Pour choisir le meilleur matériau du stockage, les figures (4) et (5) présentent une comparaison entre le Silicium-carburé, l'Acier inoxydable, l'Alumine et la Brique-réfractaire qui sont utilisés comme matériaux de stockage sous les mêmes conditions ( $Re=500$ ,  $L=10m$ ,  $R_1=2cm$  et  $\tau=24h$ ), pour les deux configurations plaques-parallèles et conduit cylindrique. La figure (4) montre que l'efficacité de stockage est meilleure pour l'Acier inoxydable et l'alumine jusqu'à valeur limite de l'épaisseur de la paroi (0.1m), mais au-delà de cette valeur le Silicium-carburé devient le meilleur matériau de stockage. Un comportement semblable est remarqué sur la figure (5) qui montre l'énergie stockée en fonction de l'épaisseur de la paroi.

L'influence de la période du signal thermique à l'entrée sur l'énergie stockée et l'amplitude de la température moyenne à la sortie de la conduite est présentée sur les figures (6) et (7) pour le couple Silicium-carburé/eau, ces figures révèlent que le signal thermique est rapidement amorti pour les faibles valeurs de la période, puisque l'énergie thermique transportée par le fluide est faible et facile à être stockée. D'ailleurs, l'augmentation de la période et de l'épaisseur de la paroi augmente l'énergie que la paroi puisse stocker.

## Conclusion

Dans ce travail, les performances du système de stockage d'énergie thermique sensible qui consiste à un canal à plaques parallèles et conduite cylindrique ont été étudiées. Une solution analytique qui utilise la Technique de la Transformée Intégrale Généralisée (GITT) est développée et la performance thermique de l'unité de stockage d'énergie est examinée. Une analyse paramétrique sur la température moyenne à sortie et l'efficacité de stockage de l'énergie ont été fait en illustrant l'influence spécifique de différents paramètres. Les résultats obtenus peuvent être résumés brièvement comme suit:

- 1- la meilleure efficacité de stockage est obtenue si on utilise l'air comme fluide caloporteur, mais ça ne signifie pas que la quantité d'énergie stockée sera aussi meilleure.
- 2- L'efficacité du stockage  $f_s$  augmente plus rapidement pour l'Acier-inoxydable que pour le Silicium-carburé jusqu'à une valeur limite où ce comportement devient insensible à l'épaisseur de la paroi du conduit.
- 3- Le fluide caloporteur détermine le taux d'énergie transféré par unité de masse. Les fluides avec grandes capacités thermiques sont capables de transférer grande quantité d'énergie stockée dans la paroi. la température moyenne à la sortie augmente avec la diminution de la période d'entrée  $\tau$ .

## Références

- [1] E. M. Sparrow et F. N. Farias, Unsteady heat transfer in ducts with time varying inlet temperature and participating walls, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Volume 11, Pages 837- 853, 1968.
- [2] M. T. Acker et B. Fourcher, Analyse en régime thermique périodique du couplage conduction-convection entre un fluide en écoulement laminaire et une paroi de stockage, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Volume 24, N° 1, Pages 1201-1210, 1981.
- [3] S. Kakaç et Y. Yener, Convective Heat Transfer, CRC. Press, Inc. 1993.
- [4] R. Larson et S. Yerazunis, Mass transfer in turbulent flow, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Volume 16, Pages 121-128, 1994.
- [5] K. Mansouri, Etude théorique et expérimentale du transfert de chaleur en régime périodique pour un écoulement forcé à plan directeur, *Thèse de Doctorat, Science pour l'ingénieur université de Nantes, France*, 1995.
- [6] W. S. Kim et M. N. Özisik, Conjugated laminar forced convection in ducts with periodic variation of inlet temperature, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Volume 11, N° 4, Pages 311-320, 1990.
- [7] W. S. Kim et M. N. Özisik, Turbulent forced convection inside a parallel-plate channel with periodic variation of inlet temperature, *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, Volume 111, Pages 882-888, 1989.