

16<sup>èmes</sup> Journées Internationales de Thermique (JITH 2013) Marrakech (Maroc), du 13 au 15 Novembre, 2013

# Convection mixte dans un canal muni de blocs poreux soumis à des conditions aux limites oscillatoires

Nawal GUERROUDJ<sup>1</sup> et Henda KAHALERRAS<sup>2</sup> <sup>1</sup>UMMTO/Faculté du Génie de la Construction/Département de Génie Mécanique B.P. 17, RP 15000 Tizi-Ouzou, Algérie <sup>2</sup>USTHB/Faculté de Génie Mécanique et Génie des Procédés/Laboratoire de Transports Polyphasiques et Milieux Poreux B.P. 32 El Alia, 16111 Bab Ezzouar, Alger – Algérie <sup>1</sup>nawguer@yahoo.fr <sup>2</sup>kahalerrashenda@yahoo.fr

**Résumé :** Le présent travail est une simulation numérique de la convection mixte dans un canal à plaques muni de blocs poreux et soumis à des conditions aux limites oscillatoires de type vitesse et flux de chaleur pariétal. La paroi supérieure est thermiquement isolée, alors que des blocs poreux chauffés sont attachés sur la paroi inférieure. Le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer avec l'approximation de Boussinesq sont adoptés pour décrire l'écoulement dans les régions poreuses. Les équations gouvernantes avec les conditions aux limites appropriées sont résolues par la méthode des volumes finis. Les effets de certains paramètres pertinents tels que l'amplitude et la fréquence d'oscillation, ainsi que l'inclinaison du canal sont examinés. Le transfert de chaleur global a mis en évidence une amélioration de l'efficacité thermique du système par rapport au cas non oscillatoire pour la plupart des paramètres considérés avec une prédominance de l'influence de l'amplitude d'oscillation maximal a atteint les 140% à A = 0.9 et Da= $10^{-6}$ .

Mots clés : Convection mixte ; Blocs poreux ; Vitesse oscillatoire ; Flux de chaleur oscillatoire

## **1. Introduction**

Une grande attention a été donnée à la possibilité d'augmenter le taux de transfert chaleur par utilisation de conditions aux limites périodiques de type vitesse à l'entrée ou flux de chaleur pariétal. Ce thème de recherche est d'un grand intérêt pour plusieurs applications technologiques comme dans les réservoirs géothermiques, les moteurs Stirling, le système circulatoire humain, les problèmes de chauffage et de refroidissement des bâtiments, le stockage des aliments, le refroidissement des composants électroniques, etc. L'augmentation et/ou la réduction du transfert de chaleur ont été reportées dans plusieurs études antérieures, et ce problème continu à être un important thème de recherche. Parmi les travaux qui se sont intéressés à ce type de problème nous pouvons citer l'étude numérique réalisée par Kim et al. [1] en écoulement pulsé dans un canal totalement poreux. Les résultats sont présentés pour l'état périodique établi. Le travail réalisé par Huang et Yang [2] est une simulation de la convection forcée, en écoulement pulsé, dans un canal à plaques parallèles muni sur sa paroi inférieure de deux blocs poreux chauffés localement. Les améliorations du transfert de chaleur dues d'une part, à la présence des blocs poreux et d'autre part, à l'ajout d'une composante oscillatoire à l'écoulement moyen ont été examinées. Yan et al. [3] ont mené une étude analytique sur les caractéristiques du transfert de chaleur en écoulement laminaire et pulsé dans un canal ou un tube en mouvement circulaire. Des corrélations pour la vitesse, la température et le nombre Nusselt ont été obtenues. Le travail réalisé par Sourtiji et al. [4], consiste à étudier le problème de la convection mixte instationnaire d'un nanofluide (eau-alumine) entrant dans une cavité carrée avec une vitesse sinusoïdale. Une amélioration du transfert de chaleur a été obtenue quelles que soient les valeurs de la fréquence d'oscillation et de l'intensité de la force de poussée en ajoutant les nanoparticules d'alumine au fluide de base. Concernant les études relatives à des conditions de type flux de chaleur périodique, on peut citer le travail effectué par Lage et Bejan [5] sur la convection naturelle dans une enceinte bidimensionnelle carrée avec un côté froid et isotherme, et l'autre chauffé avec un flux de chaleur sinusoïdal. Les effets du transfert conductif périodique à travers un milieu semi-infini et un mur ont été considérés analytiquement par Khaled [6]. Les résultats montrent entre autres que la diminution de la fréquence du flux de chaleur appliqué et l'augmentation de la diffusivité thermique du milieu réduisent le bruit de la température et les transferts de chaleur et d'entropie sans affecter leurs valeurs moyennes ou stationnaires. La convection naturelle périodique dans une enceinte contenant un nanofluide a été examinée par Ghasemi et Aminossadati [7]. Une source de chaleur chauffée à flux oscillatoire est placée sur la paroi gauche de la cavité, la paroi de droite est maintenue à une température relativement basse alors que le reste de la cavité est

thermiquement isolé. Un comportement périodique est retrouvé pour les champs dynamique et thermique en raison du flux de chaleur oscillatoire. Afin d'étudier le transfert de chaleur instationnaire par ébullition du fluide FC-72 Wang et al. [8] ont réalisé des expériences sur une plaque circulaire encastrée au fond d'un canal rectangulaire et soumise à un flux de chaleur oscillatoire. La température de la plaque chauffée, le coefficient de transfert de chaleur par ébullition, le diamètre et la fréquence de détachement des bulles, ainsi que la densité active de nucléation subissent d'importantes oscillations temporelles suite à l'application du flux périodique.

C'est dans ce contexte que s'inscrit le présent travail, qui est une simulation numérique de la convection mixte dans un canal muni de blocs poreux soumis à des conditions oscillatoires de type vitesse et flux. Il s'agit d'analyser principalement les effets de l'amplitude et de la fréquence d'oscillation du flux de chaleur, ainsi que l'influence de l'angle d'inclinaison du canal sur les caractéristiques du transfert de chaleur pour différentes perméabilités des blocs poreux.

## 2. Modèle physique

Le domaine d'étude, représenté sur la figure 1, est constitué de deux plaques planes et parallèles de longueur  $\ell$ , inclinées d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale et séparées d'une distante H. La plaque supérieure est thermiquement isolée alors que sur la plaque inférieure sont montés des blocs poreux chauffés ayant chacun une largeur w, une hauteur h<sub>p</sub> et espacés d'une distance s. Le premier bloc est placé à une distance  $\ell_e$  de l'entrée du canal afin d'éviter les effets d'entrée alors que la longueur  $\ell_s$  derrière le dernier bloc est choisie suffisamment grande de façon à satisfaire la condition d'un écoulement pleinement développé à la sortie du canal. Le fluide rentre dans le canal à une température constante T<sub>e</sub>. Le domaine physique ainsi défini est soumis à des conditions aux limites dynamique et thermique oscillatoires, où la vitesse à l'entrée du canal et le flux de chaleur fourni aux blocs varient périodiquement dans le temps.



Figure 1 : Domaine physique étudié

#### 3. Formulation mathématique

Afin de simplifier le problème étudié, plusieurs hypothèses simplificatrices sont prises en considérations : l'écoulement est bidimensionnel, laminaire et instationnaire sans génération interne de chaleur avec une dissipation visqueuse négligeable. Les propriétés thermo-physiques du fluide sont supposées constantes sauf la masse volumique dans le terme de poussée (approximation de Boussinesq). Le milieu poreux est considéré homogène, isotrope et saturé avec une seule phase fluide en équilibre thermique local avec la matrice solide.

L'écoulement est régi par les équations de Navier-Stokes dans la région fluide et par le modèle général de Darcy – Brinkman - Forchheimer dans la région poreuse. Les équations de conservation sous forme adimensionnelle s'écrivent comme suit :

• Equation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \tag{1}$$

• Equations du mouvement :

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{R_{\mu}}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) - \frac{\varepsilon}{\text{Re } Da} U - \frac{C\varepsilon^2}{\sqrt{Da}} \left| \vec{V} \right| U + Ri \,\theta \sin \alpha \tag{2}$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{R_{\mu}}{Re} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) - \frac{\varepsilon}{Re \, Da} V - \frac{C\varepsilon^2}{\sqrt{Da}} \left| \vec{V} \right| V + Ri\theta \cos \alpha \tag{3}$$

• Equation d'énergie :

$$R_{Cp}\frac{\partial\theta}{\partial\tau} + U\frac{\partial\theta}{\partial X} + V\frac{\partial\theta}{\partial Y} = \frac{R_k}{\varepsilon \operatorname{Re}\operatorname{Pr}} \left( \frac{\partial^2\theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial Y^2} \right)$$
(4)

Avec  $|\vec{V}| = \sqrt{U^2 + V^2}$ , la porosité  $\varepsilon$  et le nombre de Darcy Da sont pris respectivement égaux à l'unité ( $\varepsilon = 1$ ) et à l'infini  $(Da \to \infty)$  dans la région fluide.

Les équations précédentes sont mises sous forme réduite en utilisant les grandeurs adimensionnelles suivantes :

$$X = \frac{x}{H}; Y = \frac{y}{H}; U = \frac{u}{\varepsilon U_e}; V = \frac{v}{\varepsilon U_e}; P = \frac{p}{\rho U_e^2}; \tau = \frac{t}{H/U_e} \text{ et } \theta = \frac{T - T_e}{q_0 \frac{H}{k}}$$

Les paramètres adimensionnels apparus dans les équations précédentes, sont définis comme suit :

$$\operatorname{Re} = \frac{U_e H}{v}; Da = \frac{K}{H^2}; Ri = \frac{Gr}{\operatorname{Re}^2}; Gr = \frac{g \beta \frac{q_0 H}{k} H^3}{v^2}; \Pr = \frac{\mu C_p}{k}; R_\mu = \frac{\mu_e}{\mu}; R_k = \frac{k_e}{k} \operatorname{et} R_{Cp} = \frac{(\rho C_p)_e}{\varepsilon (\rho C_p)}$$

Les conditions aux limites pour les équations (1) - (4) sont :

• A l'entrée :

$$X = 0, 0 < Y < 1 : U = 1 + A \cos(2\pi S t\tau) ; V = 0 \text{ et } \theta = 0$$
(5)

• A la sortie :

X = L, 0 < Y < 1 : 
$$\frac{\partial U}{\partial X} = 0$$
; V = 0 et  $\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$  (6)

• Paroi inferieure :

$$Y = 0, 0 < X < L : U = V = 0 \text{ et } \begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial Y} = -\frac{1 + A\cos(2\pi St\tau)}{R_k} \rightarrow \text{zones chaufées} \\ \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 & \rightarrow \text{ailleurs} \end{cases}$$
(7)

Où  $St = \frac{f H}{U_e}$  est le nombre de Strouhal.

• Paroi supérieure :

$$Y = 1, 0 < X < L : U = V = 0 \text{ et } \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$$
(8)

• Aux interfaces fluide-poreux : continuité des composantes de la vitesse, de la température, des contraintes, de la pression ainsi que la densité de flux de chaleur.

Le nombre de Nusselt local est calculé comme suit :

$$Nu = \frac{hH}{k} = \frac{q_0 H/k}{T_p - T_m} = \frac{1}{\theta_p - \theta_m}$$
(9)

Le nombre de Nusselt moyen au niveau de chaque bloc est calculé comme suit :

$$Nu_{mi} = \frac{1}{W} \int_{X_i}^{X_i + W} Nu \, dX \tag{11}$$

Où  $X_i = x_i/H$  est la position du bloc i par rapport à l'entrée du canal.

On définit aussi un nombre de Nusselt global :

$$Nu_g = \frac{\sum_{i=1}^{i=Nb} Nu_{mi}}{N}$$
(12)

Où N<sub>b</sub> est le nombre de blocs placés dans le canal.

Le nombre de Nusselt global moyenné sur une période d'oscillation est défini comme suit :

$$\langle Nu_g \rangle = \frac{1}{T^*} \int_{\tau}^{\tau+T^*} Nu_g \ d\tau = St \int_{\tau}^{\tau+\frac{1}{St}} Nu_g \ d\tau \tag{13}$$

#### 4. Modélisation numérique

Toutes les équations différentielles établies précédemment ont été résolues numériquement par la méthode des volumes finis développée par Patankar [9] et le couplage vitesse-pression a été traité à l'aide de l'algorithme SIMPLE. Les équations algébriques obtenues ont été résolues par la technique itérative ligne par ligne qui est une combinaison entre la méthode directe TDMA (Tridiagonal Matrix Algorithm) et la méthode itérative de Gauss-Seidel. Compte tenu de la complexité du domaine d'étude, nous avons opté pour un maillage uniforme par zones qui consiste à un découpage du domaine d'étude en plusieurs régions (fluide et poreux) en adoptant des maillages uniformes dans chacune d'elles avec des pas différents. Pour le choix du nombre de nœuds, nous avons effectué plusieurs essais. La comparaison des différents résultats obtenus a montré qu'à partir d'un maillage de 480×70 (suivant X et Y respectivement), la solution numérique devient peu sensible à la taille de la grille ; ce qui nous a amené à opter pour ce nombre de nœuds. Le critère de convergence utilisé pour arrêter le processus itératif porte sur l'erreur relative sur les variables dépendantes entre deux itérations successives qui doit être inférieur à 10<sup>-5</sup>. La résolution temporelle dans notre cas a été telle qu'une période d'oscillation est divisée en 120 pas de temps. Ce pas de temps est lié à la fréquence d'oscillation comme suit :  $\Delta \tau = T^*/120 = 1/120$ St. Des solutions périodiquement établies ont été obtenues après 3 à 5 périodes d'oscillation.

#### **5.** Résultats

Vu le nombre important de paramètres intervenant dans le présent travail, certains ont été variés alors que d'autres ont été maintenus fixes. Le fluide de travail est de l'air (Pr = 0.7), le nombre de Reynolds Re = 100, le nombre de Richardson Ri = 5, la porosité  $\epsilon$  = 0.97, le coefficient inertiel C =0.1, le rapport des viscosités  $R_{\mu}$  = 1, le rapport des capacités calorifiques  $R_{Cp}$  = 1, et le rapport des conductivités thermiques  $R_k$  = 1. Les paramètres géométriques sont maintenues constants : le premier bloc poreux est placé à une distance  $L_e$  = 3 de l'entrée du canal alors que la longueur derrière le dernier bloc est  $L_s$  = 21 (choisie après plusieurs essais de façon à avoir un écoulement établi à la sortie). Pour les blocs poreux : l'espacement est S = 1, la largeur est W = 1, la hauteur est  $H_p$  = 0.6, et le nombre de blocs est  $N_b$  = 3. L'intérêt est porté sur les effets de l'amplitude d'oscillation ( $0 \le A \le 0.9$ ), de la fréquence traduite par le nombre de Strouhal ( $0.1 \le St \le 2$ ), et de l'angle d'inclinaison du canal (-90° $\le \alpha \le 90^\circ$ ) pour deux valeurs du nombre de Darcy Da = 10<sup>-3</sup> et 10<sup>-6</sup>; le cas fluide a été ajouté pour comparaison.

La variation du nombre de Nusselt global moyenné sur une période d'oscillation, en régime périodiquement établi, en fonction de l'amplitude d'oscillation est représentée sur la figure 2. L'analyse de cette figure montre une augmentation du transfert de chaleur avec l'accroissement d'une part, de l'amplitude d'oscillation et d'autre part, de la pérméabilité des blocs poreux. Si on se concentre sur l'effet de A, on observe que le transfert de chaleur varie initialemement très peu avec A, mais au-delà de  $A = 0.5 < Nu_g >$  augmente significativement avec l'amplitude d'oscillation.

Afin de montrer l'impact qu'à des conditions aux limites oscillatoires sur le transfert convectif, nous avons introduit un paramètre de comparaison noté  $\eta$  représentant le rapport entre les nombres de Nusselt globaux oscillatoire - non oscillatoire. La figure 3 montre que l'augmentation de l'amplitude d'oscillation entraine un accroissement du transfert de chaleur par rapport au cas non oscillatoire puisque le rapport  $\eta$  est toujours supérieur à l'unité. La valeur maximale de cette amélioration est atteinte à A = 0.9; elle est de l'ordre de 140 % à Da =  $10^{-6}$ 





Figure 2 : <Nu<sub>g</sub>> fonction de A pour differentes permeabilités et St = 0.5.

Figure 3 :  $\eta$  fonction de A pour différentes perméabilités et St = 0.5.

L'évolution de  $\langle Nu_g \rangle$  avec le nombre de Strouhal, représentée sur la figure 4, montre une légère variation du transfert de chaleur avec St en comparaison à l'évolution obtenue avec l'amplitude d'oscillation (voir figure 2). Pour Da=10<sup>-6</sup>,  $\langle Nu_g \rangle$  augmente avec ce paramètre jusqu'à une valeur maximale atteinte à une fréquence d'oscillation optimale autour de St = 1.3, au-delà de laquelle il commence à diminuer. Pour Da =  $10^{-3}$ , après une zone d'accroissement le taux de transfert de chaleur se stabilise et  $\langle Nu_g \rangle$  tend vers une valeur asymptotique à partir de St de l'ordre de 1. Quant au cas fluide, augmenter la fréquence d'oscillation entraine une faible réduction du transfert de chaleur.

Lorsqu'on fait varier la fréquence d'oscillation, on remarque d'après la figure 5, que le cas de conditions aux limites oscillatoires est thermiquement plus favorable que le cas non oscillatoire ( $\eta > 1$ ) et ceci pour toute la gamme de St considérée dans cette étude.





Figure 4 :  $<Nu_g>$  fonction de St pour différentes perméabilités et A = 0.5.

Figure 5 :  $\eta$  fonction de St pour différentes perméabilités et A = 0.5.

Les résultats présentés jusqu'à présent sont valables pour le cas du canal horizontal, nous allons alors dans ce qui suit voir l'influence de l'inclinaison sur l'efficacité du système thermique considéré. D'après la figure 6, il apparait que le taux d'accroissement du transfert de chaleur est fonction de l'angle d'inclinaison du canal et de la perméabilité du milieu poreux. Ainsi aux grandes perméabilités des blocs poreux (cas fluide et Da =  $10^{-3}$ ), la plus grande valeur de  $\langle Nu_g \rangle$  est obtenu à  $\alpha = 90^{\circ}$  correspondant au cas de la convection mixte assistée où la force de poussée est suivant la direction de l'écoulement du fluide et donc accélère son mouvement. Aux faibles perméabilités (Da =  $10^{-6}$ ), le meilleur transfert de chaleur est obtenu pour un angle optimal entre  $\alpha = -30^{\circ}$  et  $\alpha = 30^{\circ}$ .

Concernant la comparaison par rapport au cas non oscillatoire, on remarque globalement d'après la figure 7 une réduction de  $\eta$  avec  $\alpha$  aux grandes perméabilités (cas fluide et Da = 10<sup>-3</sup>), et une faible variation aux faibles nombres de Darcy (Da = 10<sup>-6</sup>).



Figure 6 :  $<Nu_g>$  fonction de  $\alpha$  pour différentes perméabilités, St = 0.5 et A = 0.5.



Figure 7 :  $\eta$  fonction de  $\alpha$  pour différentes perméabilités, St = 0.5 et A = 0.5.

## Conclusion

Le présent travail est une modélisation numérique du transfert de chaleur par convection mixte dans un canal muni de blocs poreux soumis à des conditions aux limites oscillatoires. L'étude du transfert de chaleur global a mis en évidence une amélioration de l'efficacité thermique du système par rapport au cas non oscillatoire avec une prédominance de l'influence de l'amplitude d'oscillation où le taux d'augmentation a atteint les 140 % à Da =  $10^{-6}$ . Pour conclure, nous pouvons dire que l'utilisation simultanée d'un milieu poreux et de conditions aux limites oscillatoires pour l'amélioration des échanges thermiques a donné des résultats satisfaisants, et cette technique semble alors prometteuse et peut être d'un grand intérêt pour le domaine de refroidissement des composants électroniques.

#### Nomenclature

- A amplitude d'oscillation
- C coefficient inertiel
- $C_p$  capacité calorifique,  $J.kg^{-1}.K^{-1}$
- Da nombre de Darcy
- f fréquence d'oscillation, *Hz*
- g gravité,  $m/s^2$
- Gr nombre de Grashof
- h coefficient convectif,  $W.m^{-2}.K^{-1}$
- $h_p$  hauteur d'un bloc poreux, m
- H hauteur du canal, m
- k conductivité thermique,  $W.m^{-1}.K^{-1}$

Symboles grecs

- ε porosité
- $\rho$  densité, kg.m<sup>-3</sup>
- $\tau$  temps adimensionnel
- $\alpha$  angle d'inclinaison du canal, °
- $\theta$  température adimensionnelle
- $\mu$  viscosité dynamique,  $kg.m^{-1}.s^{-1}$
- $\beta$  coefficient de dilatation volumique,  $K^{-1}$

- perméabilité,  $m^2$ Κ longueur du canal, m l nombre de blocs Nb nombre de Nusselt Nu pression, Pa р Pr nombre de Prandtl densité de lux de chaleur, W.m<sup>-2</sup> q valeur moyenne du flux, W.m<sup>-2</sup>  $\mathbf{q}_0$ nombre de Reynolds Re nombre de Richardson Ri
- T<sup>\*</sup> période d'oscillation, s

Exposants, Indices

- e entrée et effectif
- g global
- m moyen
- s sortie
- p paroi
- <> moyenne sur un cycle d'oscillation

### Références

[1] S.Y. Kim, B.H. Kang et J.M. Hyun, Heat transfer from pulsating flow in a channel filled with porous media, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Volume 37, pages 2025-2033, 1994.

[2] P.C. Huang et C.F. Yang, Analysis of pulsating convection from two heat sources mounted with porous blocks, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Volume 51, pages 6294-6311, 2008.

[3] B.H. Yan, L. Yu et Y.H. Yang, Heat Transfer with laminar pulsating flow in a channel or tube rolling motion, Int. J. Therm. Sciences, Volume 49, pages 1003-1009, 2010.

[4] E. Sourtiji, S.F. Hosseinizadeh, M. Gorji-Bandpy et D.D. Ganji, Effect of water-based Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nanofluids on heat transfer and pressure drop in periodic mixed convection inside a square ventilated cavit, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Volume 38, pages 1125-1134, 2011.

[5] J.L. Lage et A. Bejan, The resonance of natural convection in an enclosure heated periodically from the side, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Volume 38, pages 2027-2038, 1993.

[6] A.R.A. Khaled, Conduction heat and entropy transfer in a semi-infinite medium and wall with a combined periodic heat flux and convective boundary condition, *Int. J. Therm. Sciences*, Volume 47, pages 76-83, 2008.

[7] B. Ghasemi et S.M. Aminossadati, Periodic natural convection in a nanofluid-filled enclosure with oscillating heat flu, *Int. J. Therm. Sciences*, Volume 49, pages 1-9, 2010.

[8] S.L.Wang, C.A. Chen, Y.L. Lin et T.F. Lin, Transient oscillatory saturated flow boiling heat transfer and associated bubble characteristics of FC-72 over a small heated plate due to heat flux oscillation, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Volume 55, pages 864-873, 2012.

[9] S.V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow, McGraw-Hill, New York, 1980.