

# MODELISATION ET SIMULATION NUMERIQUE DU TRANSFERT THERMIQUE A L'AIDE DE NANOFLUIDES ET PAR CONVECTION NATURELLE DANS UNE ENCEINTE

Ridha Mebrouk<sup>1</sup>, Mahfoud KADJA<sup>2</sup>, Mohamed LACHI<sup>3</sup>, Stéphane FOHANNO<sup>3</sup>  
<sup>1,2</sup> *Laboratoire d'Energétique Appliquée et de Pollution, Département de Génie Mécanique, Université Mentouri-Constantine, Route Ain El Bey, Constantine, Algérie.*  
kadja\_mahfoud@yahoo.fr  
<sup>3</sup> *Laboratoire de Thermomécanique, Université de champagne Ardenne, Reims, France.*

**Résumé :** Le transfert de chaleur par convection naturelle peut être augmenté passivement soit en changeant la géométrie ou la région d'application des conditions aux limites ou bien en améliorant la conductivité thermique du fluide de base, par exemple, en ajoutant de petits nanoparticules solides pour constituer un nanofluide. Dans ce travail, on étudie numériquement la convection naturelle laminaire dans une enceinte carrée remplie d'un mélange d'eau et de nanoparticules d'oxyde de titane. Les formes permanentes des équations de Navier-Stokes en deux dimensions et les équations de conservation de la masse et de l'énergie, sont résolues par la méthode des volumes finis. L'algorithme SIMPLE est utilisé pour le couplage pression-vitesse. Le nombre de Rayleigh (Ra), est varié de  $10^3$  à  $10^5$ , la fraction volumique des nanoparticules est prise égale à 0 (correspondant au fluide pur), 0,1 et 0,2. Les fonctions de courant et les isothermes sont présentées pour divers nombres de Ra. Les résultats sont aussi présentés sous forme de nombre de Nusselt moyen sur la paroi chauffée.

**Mots clés :** Convection naturelle ; simulation numérique ; enceinte carrée ; nanofluide ; oxyde de titane.

## 1. Introduction

Les nanofluides (Choi [1]) sont des solutions colloïdales obtenues en dispersant dans un fluide de base des particules solides de taille nanométrique ( $10^{-9}$  m). A très faible concentration, certaines de ces solutions se sont révélées très efficaces pour améliorer les transferts de chaleur. Les études sur les nanofluides sont nombreuses et diversifiées ( Bilgen et Yedder [2], Das et al. [3], Khanafer et al. [4] ) ont été parmi les premiers chercheurs qui ont effectué des études sur la convection naturelle à l'intérieur de cavités rectangulaires remplies de nanofluides. Leurs résultats ont montré que pour toute la gamme du nombre de Grashof considérée, le taux de transfert de chaleur augmente avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules. Ho et al. [5] ont quant à eux étudié l'effet des différentes formules utilisées pour la viscosité dynamique et la conductivité thermique de nanofluides (aluminium-eau) sur le transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité carrée différentiellement chauffée. Leurs résultats ont montré que le transfert de chaleur à travers la cavité pourrait être renforcé ou atténué par rapport au fluide de base selon la formule de viscosité dynamique utilisée.

Le but recherché par ce travail est d'étudier l'amélioration du transfert de chaleur par l'utilisation de nanofluides dans le cadre d'un transfert thermique par convection naturelle. Les simulations numériques sont effectuées pour les nombres de Rayleigh  $Ra=10^3$ ,  $10^4$  et  $10^5$  et pour différentes fractions volumiques correspondant au fluide pur ( $\phi = 0$ ) et au nanofluide eau-oxyde de titane ( $\phi = 0,1$  et  $\phi = 0,2$ ).

## 2. Formulation mathématique

### 2.1. Description du problème

La configuration étudiée, en deux dimensions, est montrée sur la Fig.1. On se place dans le cas d'une cavité différentiellement chauffée, la paroi de gauche et de droite sont maintenues à la température constante  $T_f$

alors que la paroi inférieure est maintenue à un flux de chaleur  $q$ . La paroi supérieure est supposée thermiquement isolée (adiabatique).

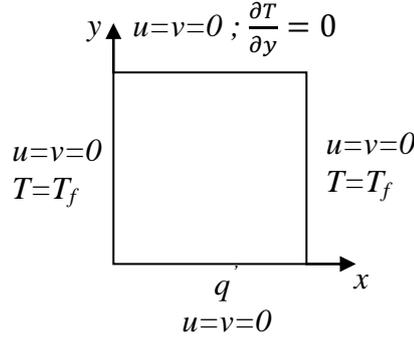


Figure 1 : La géométrie du problème étudié et les conditions aux limites.

## 2.2. Hypothèses simplificatrices

L'écoulement est supposé bidimensionnel et laminaire. Les propriétés physiques du nanofluide sont supposées constantes hormis sa masse volumique  $\rho$  dont la variation en fonction de la température est donnée par l'approximation de Boussinesq:

$$\rho = \rho_0(1 - \beta(T - T_0)) \quad (1)$$

## 2.3. Equations gouvernantes

Les équations de continuité, de quantité de mouvement et de l'énergie, en deux dimensions, pour la convection naturelle laminaire, en régime stationnaire dans une cavité sont données par :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}} g(T - T_f) \quad (4)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = -\alpha_{nf} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (5)$$

La masse volumique et la chaleur spécifique du nanofluide sont calculées selon [6] à partir de :

$$\rho_{nf} = (1 - \phi)\rho_f + \phi\rho_s \quad (6)$$

$$(\rho c_p)_{nf} = (1 - \phi)(\rho c_p)_f + \phi(\rho c_p)_s \quad (7)$$

Le coefficient de dilatation thermique du nanofluide est obtenu à partir de la formule suivante, donnée par Khanafer et al[4]:

$$(\rho\beta)_{nf} = (1 - \phi)(\rho\beta)_f + \phi(\rho\beta)_s \quad (8)$$

La diffusivité thermique du nanofluide est donnée par :

$$\alpha_{nf} = \frac{\lambda_{nf}}{(\rho c_p)_{nf}} \quad (9)$$

Dans cette étude, le modèle de Brinkman [7] est employé pour la viscosité du nanofluide. Selon ce modèle pour un mélange à deux phases, la viscosité du nanofluide est obtenue à partir de la relation suivante:

$$\mu_{eff} = \frac{\mu_f}{(1 - \phi)^{2.5}} \quad (10)$$

La conductivité thermique effective du nanofluide est déterminée en utilisant le modèle de Maxwell [8]. Pour une suspension de nanoparticules de formes sphériques dans un fluide de base, l'expression est:

$$\frac{\lambda_{nf}}{\lambda_f} = \frac{(\lambda_s + 2\lambda_f) - 2\phi(\lambda_f - \lambda_s)}{(\lambda_s + 2\lambda_f) + \phi(\lambda_f - \lambda_s)} \quad (11)$$

Le nombre de Rayleigh,  $Ra$ , et le nombre de Prandtl,  $Pr$ , qui apparaissent dans l'équation de l'énergie adimensionnée sont définis comme suit :

$$Ra = \frac{g\beta_{nf}(T_c - T_f)H^3}{\alpha_{nf}\nu_{nf}}, \quad Pr = \frac{\nu_{nf}}{\alpha_{nf}} \quad (12)$$

Le nombre de Nusselt local, en un point de la paroi chaude de la cavité, est défini par:

$$Nu_{local} = -\left. \frac{\lambda_{nf}}{\lambda_f} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=0,X} \quad (13)$$

La relation entre le nombre de Nusselt local et moyen est définie par:

$$Nu_m = \frac{1}{H} \int_{s=0}^{s=H} Nu(s) ds \quad (14)$$

Où :  $X = \frac{x}{H}$ ,  $Y = \frac{y}{H}$  et  $\theta = \frac{T - T_c}{T_c - T_f}$ .

### 3. Méthode Numérique

La résolution numérique du système d'équations (2) à (5) a été effectuée en utilisant le logiciel Fluent qui est basé sur la méthode des volumes finis. L'algorithme SIMPLE est utilisé pour le couplage pression-vitesse. La discrétisation des termes convectifs est faite avec le schéma QUICK. Les critères de convergence pour toutes les variables dépendantes est fixé à  $10^{-5}$ . Pour ce travail plusieurs maillages ont été testés et c'est le maillage  $61 \times 61$  qui assure l'indépendance des résultats sur le nombre de nœuds.

Pour valider notre simulation, une cavité carrée remplie d'air et différentiellement chauffée a été modélisée. Dans le tableau 1, une comparaison entre les résultats de la présente étude et ceux trouvés dans la littérature [4,9] est donnée. La comparaison concerne le nombre de Nusselt moyen le long de la paroi chauffée. On note un excellent accord entre les résultats de la présente étude et ceux de Barakos et al. [9].

Tableau 1 : comparaison des nombres de Nusselt moyen avec les travaux antérieurs pour différentes valeurs de Ra

Nombre de Rayleigh	Ra=10 <sup>3</sup>	Ra=10 <sup>4</sup>	Ra=10 <sup>5</sup>
Nusselt moyen			
Résultats de la présente étude	1.100	2.217	4.498
Résultats de Barakos et Mitsoulis [9]	.108	2.201	4.430
Résultats de Khanafer et al [4]	1.118	2.245	4.522

## 4. Résultats et discussions

Les caractéristiques dynamiques et thermiques de l'écoulement de convection naturelle laminaire dans une cavité chauffée par le bas sont montrées sur les figures 2,3 et 4. Les résultats sont discutés pour un nombre de Rayleigh variant de  $10^3$  à  $10^5$ , pour l'eau pure et pour deux valeurs de la fraction volumique d'oxyde de titane : 0,1 et 0,2 et pour un nombre de Prandtl égal à 6,2.

### 4.1. Champs dynamiques et thermiques

Les lignes de courant obtenues sont présentées dans la figure 2(a) pour le cas  $\varphi = 0,1$ . On remarque la formation de deux cellules contrarotatives dont l'une tourne dans le sens des aiguilles d'une montre et la deuxième tourne dans le sens contraire. Cette conclusion est valable pour toutes les valeurs du nombre de Rayleigh. Le fluide, étant chauffé par la paroi inférieure, se déplace vers la paroi supérieure considérée comme adiabatique, où il se divise en deux flux, l'un se dirige vers la paroi froide verticale de gauche et l'autre se dirige vers la paroi froide verticale de droite. Ces deux cellules sont presque de dimensions égales. On remarque aussi qu'avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, l'intensité de la recirculation à l'intérieur de l'enceinte augmente et les centres des lignes de courant se déplacent vers le haut. Cette conclusion est valable pour les trois cas de fraction volumique en solides ( $\varphi = 0$ ,  $\varphi = 0,1$  et  $\varphi = 0,2$ ). La conclusion la plus importante concerne la fraction volumique de  $\varphi = 0$  (l'eau pure) qui donne une intensité de recirculation plus élevée que celle obtenue avec  $\varphi = 0,1$  et  $\varphi = 0,2$ . Ceci peut être observé dans la figure 3.

Si on compare les isothermes dans la figure 2(b) pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh et pour le cas  $\varphi = 0,1$ , on peut noter que lorsque le nombre de Rayleigh augmente, les isothermes se rapprochent les unes des autres dans la zone située proche de la paroi inférieure. C'est à dire que le gradient de la température devient plus élevé à proximité de cette paroi chauffée, ce qui implique une augmentation du transfert thermique à travers la paroi inférieure de l'enceinte pour un plus grand nombre de Rayleigh. Dans cette configuration on peut dire que les températures les plus élevées sont celles du fluide qui circule parallèlement à la paroi chauffée, tandis que les températures les plus basses sont celles du fluide qui circule parallèlement aux parois froides. Ainsi le fluide s'échauffe en contact de la région chauffée, se refroidit en contact des parois froides. De tous les résultats

obtenus, on a pu remarquer aussi que la forme des isothermes n'est pas influencée par la présence des nanoparticules, mais que la valeur de la température, en une position  $(x, y)$  de l'enceinte, est différente pour les trois cas  $\varphi = 0$ ,  $\varphi = 0,1$  et  $\varphi = 0,2$ .

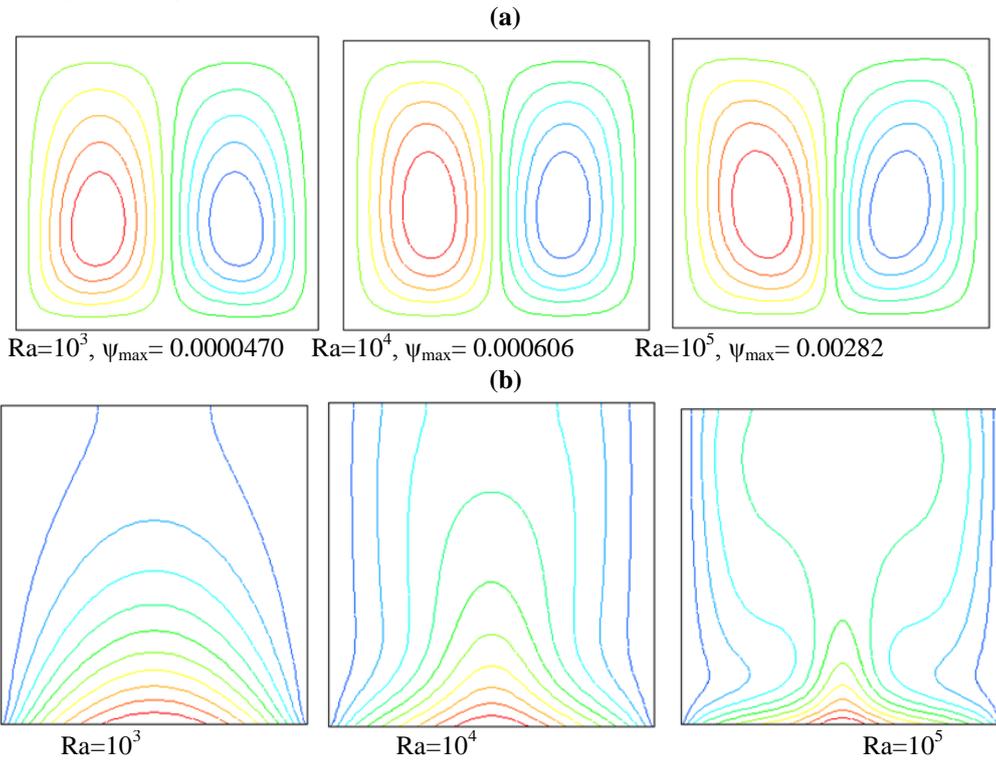


Figure 2 : Les lignes de courant (a) et les isothermes (b) pour  $\varphi = 0,1$

### 4.3. Nombre de Nusselt moyen

L'évolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh pour l'eau pure ( $\varphi = 0$ ) et pour le nanofluid ( $\varphi = 0,1$  et  $\varphi = 0,2$ ) est représentée sur la figure 4. On constate que dans les trois cas le nombre de Nusselt moyen augmente avec le nombre de Rayleigh, mais que les valeurs du Nusselt moyen pour le nanofluid sont plus élevées par rapport à celles de l'eau pure. Ceci est dû à l'augmentation de la conductivité du nanofluid (eau-oxyde de titane) par rapport à celle de l'eau pure, ce qui augmente le transfert thermique par diffusion (conduction) à travers la paroi inférieure.

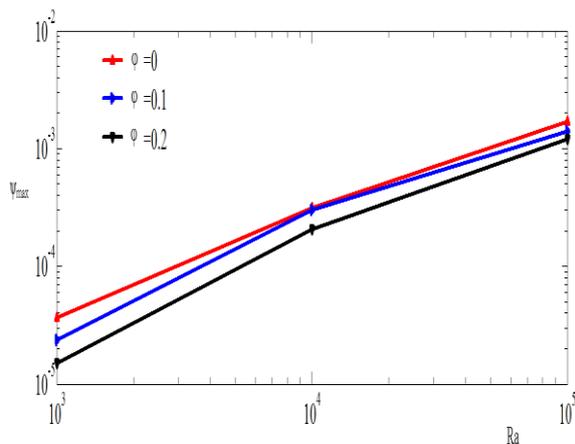


Figure 3 : La variation de la valeur maximale de la fonction de courant en fonction du nombre de Rayleigh.

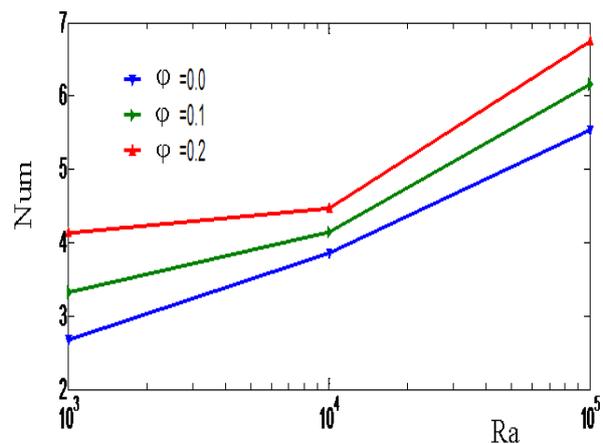


Figure 4 : Nombre de Nusselt moyen pour  $\varphi = 0$ ,  $\varphi = 0,1$  et  $\varphi = 0,2$

## 5. CONCLUSIONS

Dans cette étude numérique nous avons modélisé le transfert de chaleur en convection laminaire dans une cavité pour montrer l'amélioration du transfert de chaleur par un nanofluide par rapport à un fluide pur. Les résultats obtenus montrent clairement que l'utilisation des nanofluides peut influencer considérablement le transfert de chaleur dans ce type de géométrie, mais aussi dans d'autres géométries d'intérêt pratique: échangeurs thermiques tubulaires, échangeurs thermiques à plaques, les puits de chaleur à microcanaux, etc....

Les principales conclusions obtenues sont les suivantes:

- En utilisant des nanoparticules, le rapport du nombre de Nusselt du nanofluide à celui du fluide de base augmente mais avec une diminution de l'intensité de recirculation, sans doute due à l'augmentation de la viscosité du fluide, donc des forces de frottement.
- Pour les diverses valeurs du nombre de Rayleigh et pour les trois fractions volumiques considérées, le mouvement du fluide dans l'enceinte montre la formation de deux cellules contrarotatives.

Les résultats disponibles dans la littérature indiquent que l'étude du transfert de chaleur à l'aide de nanofluides est très complexe et qu'il y a bien d'autres facteurs qui peuvent agir sur leur performance thermique. Tous les facteurs qui agissent négativement sur cette performance ont été supposés négligeables dans cette étude.

### Nomenclature

$c_p$	chaleur spécifique, J/kg.K	$Y$	coordonnée Cartésienne adimensionnelle
$g$	accélération de pesanteur, $m/s^2$	Symboles grecs	
$H$	hauteur de la cavité, m	$\alpha$	diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$
$Nu$	nombre de Nusselt	$\beta$	coefficient de dilatation du fluide à pression constante, $K^{-1}$
$p$	pression, $N/m^2$	$\theta$	température adimensionnelle
$P$	pression adimensionnelle	$\lambda$	conductivité thermique, W/m.K
$Pr$	nombre de Prandtl	$\mu$	viscosité dynamique, kg/m.s
$q$	flux de chaleur ( $W/m^2$ )	$\nu$	viscosité cinématique, $m^2/s$
$Ra$	nombre de Rayleigh	$\rho$	masse volumique, $kg/m^3$
$T$	température, K	$\varphi$	fraction volumique
$T_f$	température froide, K	Exposants, Indices	
$T_c$	température chaude, K	$c$	chaud
$u$	composante horizontale de la vitesse, m/s	$eff$	effective
$U$	composante horizontale adimensionnelle de la vitesse	$f$	fluide de base
$v$	composante verticale de la vitesse, m/s	$m$	moyen
$V$	composante verticale adimensionnelle de la vitesse	$nf$	nanofluide
$x$	coordonnée Cartésienne, $m$	$s$	solide
$X$	coordonnée Cartésienne adimensionnelle		
$y$	coordonnée Cartésienne, $m$		

### Références

- [1] S.U.S. Choi, Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles, *ASME Publications*, vol. 66, pp. 99-105, 1995.
- [2] E. Bilgen et R. Ben Yedder, Natural convection in enclosure with heating and cooling by sinusoidal temperature profiles on one side, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 50, pp.139-150, 2007.
- [3] S.K. Das, N. Putra, P. Thiesen et W. Roetzel, Temperature dependence of thermal conductivity enhancement for nanofluids, *Journal of Heat Transfer*, vol. 125, pp. 567-574, 2003.
- [4] K. Khanafer, K. Vafai et M. Lightstone, Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing a nanofluid, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 46, pp. 3639-3653, 2003.
- [5] C.J. Ho, M.W. Chen et Z.W. Li, Numerical simulation of natural convection of a nanofluid in a square enclosure: effects due to uncertainties of viscosity and thermal conductivity, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 51 pp. 4506-4516, 2008.
- [6] M. Mahmoodi, Numerical simulation of free convection of a nanofluid in a square cavity with an inside heater, *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 50, pp. 2161-2175, 2011.
- [7] H.C. Brinkman, The viscosity of concentrated suspensions and solutions, *J. Chem. Phys.*, vol. 20, pp. 571-581, 1952.
- [8] J.C. Maxwell, Colours in metal glasses and in metallic films, *Phil. Trans. R. Soc. A*, vol. 203, pp. 385-420, 1904.
- [9] G.C. Barakos et K.A. Pericleous, Laminar and turbulent natural convection in an enclosed cavity, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, vol. 3, pp. 249-264, 1962.