

## Modélisation de la convection naturelle laminaire de l'hydrogène liquide dans une enceinte cylindrique horizontale avec chauffage partiel par le haut

Mabrouk GUESTAL<sup>1</sup>, Mahfoud KADJA<sup>2</sup>, Fouad MENASRIA<sup>3</sup>, Ridha Mebrouk<sup>4</sup>

<sup>1,2</sup> *Laboratoire d'Energétique Appliquée et de Pollution, Département de Génie Mécanique, Université Mentouri-Constantine, Route Ain El Bey, Constantine, Algérie.*

*gamabrouk@yahoo.fr, kadja\_mahfoud@yahoo.fr*

<sup>3</sup> *Laboratoire de génie mécanique (Igm) université mohemd khaidar-biskra 700, Algérie.*

<sup>4</sup> *Département de génie des procédés université Ouargla*

**Résumé :** On étudie numériquement la convection naturelle laminaire de l'hydrogène liquide (nombre de Prandtl  $Pr = 1.29$ ) dans une enceinte cylindrique horizontale avec chauffage partiel à travers la partie supérieure du cylindre. La longueur de la source a été variée de 10 à 50% du périmètre du cylindre. La partie supérieure non chauffée de la paroi de l'enceinte a été considérée comme isotherme. La méthode numérique des volumes finis a été utilisée pour discrétiser les équations différentielles partielles du modèle mathématique. L'algorithme SIMPLE a été utilisé pour le couplage pression-vitesse. Le nombre de Rayleigh a été varié dans l'intervalle  $10^3 - 10^6$ . Les fonctions de courant et les isothermes et la variation de nombre de Nusselt local et moyen sur la paroi chauffée sont présentées pour diverses combinaisons de nombre de Rayleigh et la longueur adimensionnelle chauffée  $\varepsilon$ .

### Mots clés :

Convection naturelle laminaire, Energie solaire, Stockage de l'hydrogène, Hydrogène liquide, Enceinte cylindrique horizontale, Algorithme SIMPLE, Volumes finis.

## 1. Introduction

Le transfert de chaleur par convection naturelle dans des enceintes chauffées par des sources thermiques a été étudié par beaucoup de chercheurs, dû à ses multiples domaines d'application. Torrance et Rockett [1] ont étudié numériquement la convection d'air dans une enceinte cylindrique verticale, provoquée par un petit point chaud centralement situé sur le fond. Novembre et Nansteel [2] ont étudié analytiquement et numériquement la convection naturelle dans une enceinte carrée avec chauffage à travers la paroi inférieure et refroidissement le long d'un côté. Calcagni et autres [3] ont effectué une étude expérimentale de la convection naturelle laminaire d'air dans une cavité bidimensionnelle et rectangulaire avec un chauffage localisé sur la paroi inférieure et un refroidissement symétrique à travers deux côtés verticaux. La paroi supérieure était maintenue adiabatique. Hasnaoui et autres [4] ont étudié numériquement la convection naturelle transitoire dans une cavité carrée soumise par le bas à une variation sinusoïdale de la température pour un nombre de Prandtl égal à 0,71 (air) et pour des nombres de Rayleigh variant de  $10^5$  à  $10^6$ . Ganzarolli et Milanez [5] ont étudié la convection naturelle dans des enceintes rectangulaires chauffées au dessous et symétriquement refroidies par les côtés. Le nombre de Rayleigh a été varié de  $10^3$  à  $10^7$  et le rapport d'aspect varié de 1 à 9. Ho et Chang [6] ont étudié numériquement et expérimentalement l'effet du rapport d'aspect sur le transfert thermique par convection naturelle dans une enceinte rectangulaire verticale avec un chauffage partiel des parois. La simulation numérique a été menée pour un rapport d'aspect variant de 1 à 10. De la simulation, ils ont trouvé que l'effet du rapport d'aspect de l'enceinte sur le nombre moyen de Nusselt tend à diminuer avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. Une étude numérique de la convection naturelle de l'air dans des cavités rectangulaires avec une paroi totalement chauffée a été effectuée par Frederick [7]. Il a conclu que le nombre de Nusselt moyen diminue rapidement avec l'augmentation du rapport d'aspect, tandis que le taux de circulation augmente toujours avec le nombre de Rayleigh et le rapport d'aspect.

L'intérêt de telles études réside dans leur implication dans de nombreuses applications industrielles telles que le refroidissement des composants électroniques, la thermique des bâtiments, l'industrie métallurgique, la croissance des cristaux pour l'industrie des semi conducteurs, le stockage des gaz liquéfiés [8], l'énergie nucléaire.....etc. Parmi ces applications, le stockage des gaz liquéfiés est très prometteur dans le domaine des énergies renouvelables car la production de l'hydrogène prend de plus en plus d'importance. Cet intérêt est justifié surtout par le fait que sa combustion génère uniquement de l'eau et des oxydes d'azote, mais pas de gaz

carbonique. En effet, non seulement l'hydrogène est un vecteur d'énergie de première qualité, qu'on peut utiliser très efficacement et qui ne produit aucune émission de GES (Gaz à Effet de Serre), mais on peut également aisément le distribuer et le stocker.

Dans la présente étude, nous nous intéressons au stockage à l'état liquide ou cryogénique. Pour ce faire, nous avons simulé le cas d'une cuve de stockage cylindrique disposée horizontalement exposée au soleil et remplie totalement d'hydrogène à l'état liquide. Donc dans ce cas la source de chaleur agit principalement sur le dessus de la cuve.

## 2. Formulation Mathématique

### 2.1. Modèle Physique et Equations Régissantes

La présente étude se concentre sur la convection naturelle laminaire de l'hydrogène liquide dans une enceinte cylindrique de rayon  $R_0$ , qui est montrée sur la figure 1. On considère que l'enceinte est infiniment longue dans la direction  $z$ .

La partie supérieure contient une source de chaleur centralement localisée. La source de chaleur peut débiter un flux de chaleur constant  $\Phi$  qui traverse la paroi de l'enceinte. Aux fins de cette analyse, la longueur de la source  $Pe'$  a été variée de 10 à 50% du périmètre total  $Pe$  de l'enceinte, tandis que la partie non chauffée de la paroi de l'enceinte est maintenue à une température constante  $T_f$ , par contact avec une source froide. L'étude est réalisée dans la gamme du nombre de  $Ra$  de  $10^3$  à  $10^6$ .

Pour une formulation simple du problème, nous avons fait quelques hypothèses : que le fluide est Newtonien, l'écoulement stationnaire et que l'approximation de Boussinesq s'applique. En effet, nous supposons que l'influence de la variation de la masse volumique n'est prise en compte que par l'intermédiaire des forces volumiques. La masse volumique du fluide varie linéairement avec la température et est donnée par la relation suivante:

$$\rho = \rho_0 \left[ 1 - \beta (T - T_0) \right] \quad (1)$$

Donc le modèle mathématique obtenu est le suivant:

L'équation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial U}{\partial \varphi} + R \frac{\partial V}{\partial R} = 0 \quad (2)$$

Les équations de conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{U}{R} \frac{\partial U}{\partial \varphi} + \frac{UV}{R} + V \frac{\partial U}{\partial R} = -\frac{1}{R} \frac{\partial P}{\partial \varphi} + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left[ \nabla^2 U + \frac{2}{R^2} \frac{\partial V}{\partial \varphi} \right] + \cos(\varphi) \theta \quad (3)$$

$$\frac{U}{R} \frac{\partial V}{\partial \varphi} - \frac{U^2}{R} + V \frac{\partial V}{\partial R} = -\frac{\partial P}{\partial R} + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left[ \nabla^2 V - \frac{1}{R^2} \frac{\partial U}{\partial \varphi} \right] + \sin(\varphi) \theta \quad (4)$$

L'équation de conservation de l'énergie :

$$\frac{U}{R} \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} + V \frac{\partial \theta}{\partial R} = \frac{1}{\sqrt{\text{Pr} \cdot \text{Ra}}} \nabla^2 \theta \quad (5)$$

### 2.2. Le transfert de Chaleur

Le transfert de chaleur est caractérisé par le nombre moyen de Nusselt qui est calculé pour le périmètre chauffé  $\varepsilon$  au plafond de l'enceinte à l'aide de la formule suivante:

$$\overline{Nu} = \left[ \frac{\int_{\frac{\pi-\psi}{2}}^{\frac{\pi+\psi}{2}} Nu_\varphi R d\varphi}{\int_{\frac{\pi-\psi}{2}}^{\frac{\pi+\psi}{2}} R d\varphi} \right]_{R=R_0} \quad (6)$$

Où  $Nu_\varphi$  représente le nombre de Nusselt local.

### 2.3. Conditions aux Limites Adimensionnées

Les différentes conditions aux limites sous forme adimensionnelle sont montrées dans la figure 2.

## 3. Détermination du Nombre de Nœuds

L'influence du nombre des nœuds et donc des tailles des pas spatiaux sur la solution est illustrée par la figure 3 où on a représenté le transfert thermique à travers la partie active «c'est-à-dire chauffée» du plafond du réservoir. À partir de la grille ayant un nombre des nœuds égal à 5702 le nombre de Nusselt moyen devient constant. Par conséquent, la simulation à l'aide du maillage avec nombre des nœuds égal 5702 nœuds a été employée dans tous les calculs relatifs à cette étude.

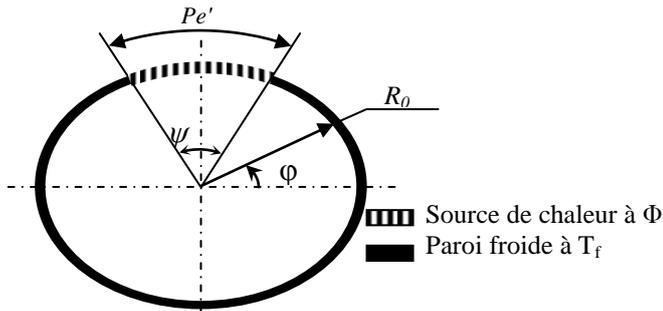


Figure 1 : Schéma de l'enceinte.

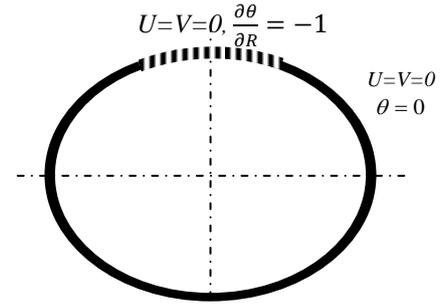


Figure 2 : Conditions aux limites sous forme adimensionnelle.

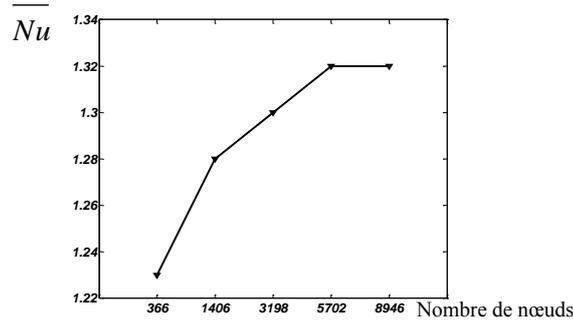


Figure 3 : Nombre de Nusselt moyen le long de la partie chauffée pour  $\epsilon=0.5$  et  $Ra=10^6$ .

## 4. Résultats et Discussion

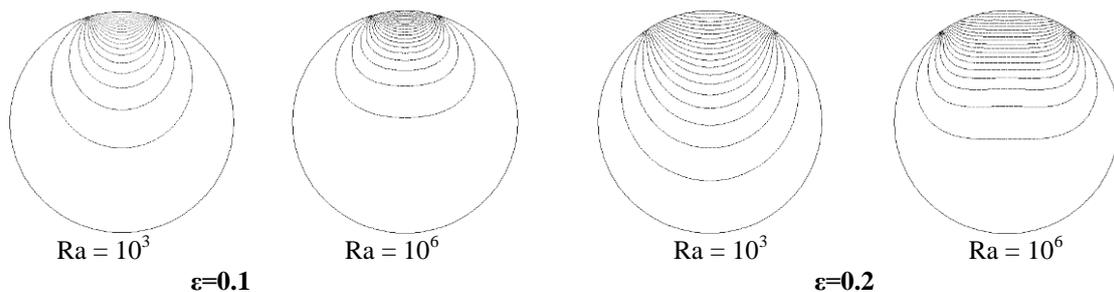
Pour mener cette étude on a utilisé le code FLUENT qui se base sur la méthode des volumes finis. Les équations régissant sont discrétisées et résolues numériquement avec l'algorithme SIMPLE. Dans cette étude, nous avons étudié l'influence de l'imposition d'un flux de chaleur constant  $\Phi$  à travers la partie active sur le champ thermique et sur la structure de l'écoulement.

### 4.1. Champs Thermiques

Ce champ est représenté par les contours des températures dans la figure 4 pour un nombre de Rayleigh qui varie dans l'intervalle  $10^3$  à  $10^6$ , et pour un rapport  $\epsilon$  qui varie de 0.1 à 0.5.

- **Pour Ra fixe et  $\epsilon$  varié de 0.1 à 0.5** : Les isothermes deviennent presque des ellipses concentriques et ont une structure symétrique par rapport au plan vertical passant par  $R=0$ . Lorsque  $\epsilon$  diminue les couches limites thermiques deviennent plus minces et les isothermes deviennent stratifiées. Donc l'influence de la quantité de chaleur devient de moins en moins perceptible lorsqu'on diminue  $\epsilon$ .

- **Pour  $\epsilon$  fixe et Ra varié de  $10^3$  à  $10^6$**  : Le nombre de Rayleigh étant fonction du flux imposé  $\phi$ , l'augmentation de Ra implique une augmentation de  $\phi$ . Si on compare les isothermes dans la figure 4 pour différentes valeurs de Ra, on peut noter que lorsque le Ra augmente, les isothermes conservent presque la même forme. Donc on peut conclure que la quantité de chaleur influe peu sur la forme des isothermes mais plutôt sur la distance entre ces isothermes dans la région du domaine en contact avec la partie chauffée. Plus Ra augmente, plus il y a rapprochement des isothermes dans cette région.



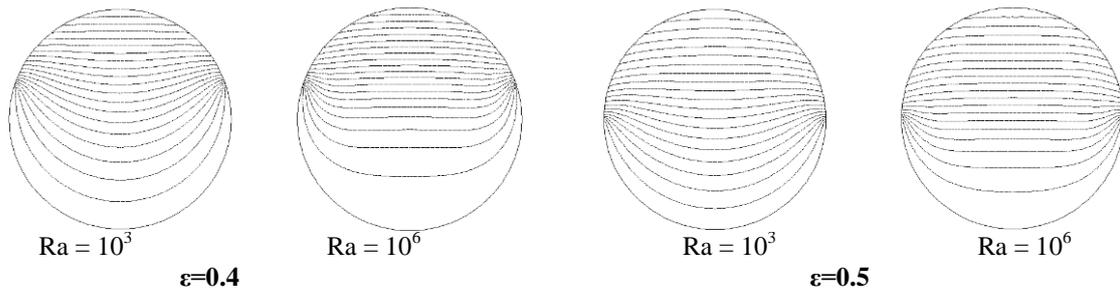


Figure 4 : Les contours de température

#### 4.2. Champs Dynamiques

Ce champ est représenté par les contours des lignes de courant dans la figure 5.

- **Pour Ra fixe et  $\epsilon$  varié de 0.1 à 0.5** : On remarque la formation de deux cellules contrarotatives dont l'une tourne dans le sens des aiguilles d'une montre et la deuxième tourne dans le sens contraire. Cette observation est valable pour toutes les valeurs de Ra et pour  $\epsilon = [0.1 \text{ à } 0.3]$ . Dans l'intervalle de  $\epsilon = [0.4 ; 0.5]$  et  $Ra=10^6$  on remarque la formation de quatre cellules contrarotatives.
- **Pour  $\epsilon$  fixe et Ra varié de  $10^3$  à  $10^6$**  : Pour une valeur donnée de  $\epsilon$  on remarque qu'avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, l'intensité de la recirculation à l'intérieur de l'enceinte augmente et les centres des lignes de courant se déplacent vers le haut.

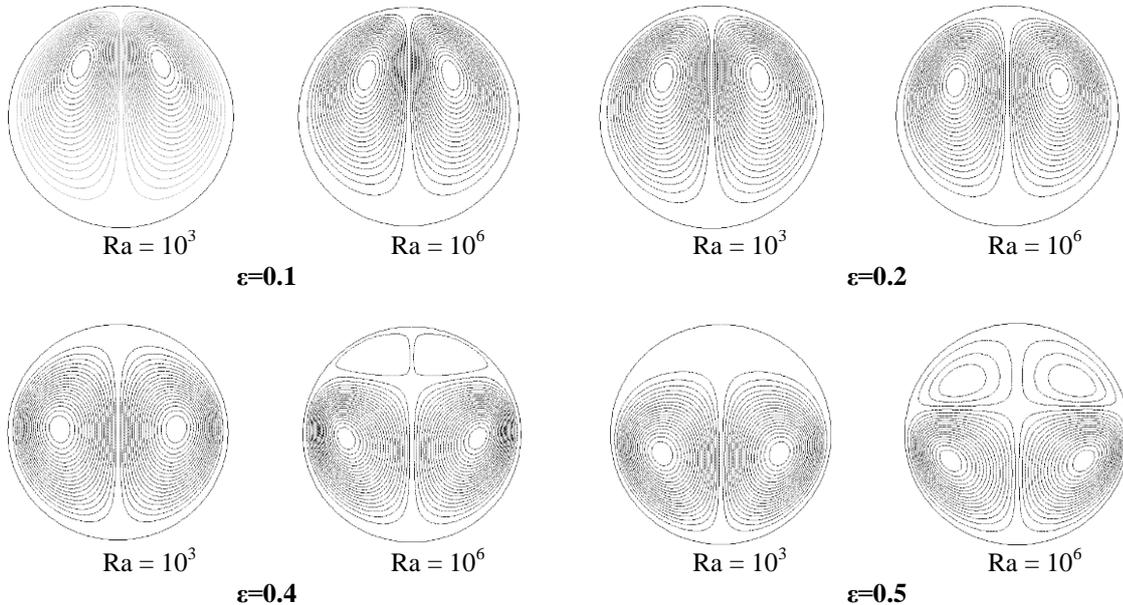


Figure 5 : Les lignes de courant

#### 4.3. Nombre de Nusselt

L'évolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh pour différentes valeurs de  $\epsilon$  est représentée sur la figure 6. D'une manière générale ce nombre augmente lorsque  $\epsilon$  diminue. Pour une valeur donnée de  $\epsilon$  et  $Ra = [10^3 \text{ à } 10^5]$  le nombre de Nusselt moyen reste constant lorsque Ra augmente, et augmente avec un taux d'augmentation faible pour  $Ra > 10^5$ .

#### Conclusions

Les résultats obtenus sont intéressants pour la compréhension du phénomène de transfert thermique par convection naturelle laminaire de l'hydrogène liquide, et par conséquent peuvent servir à améliorer la conception des cuves de stockage d'hydrogène liquide. Dans tous les cas étudiés les isothermes changent en fonction de Ra mais pas en fonction de  $\epsilon$ . Lorsque Ra augmente, les isothermes se rapprochent les unes des autres dans la zone située près de la paroi supérieure chauffée, ce qui implique une augmentation du transfert thermique à travers la paroi supérieure de l'enceinte. Pour toutes les valeurs de Ra et pour  $\epsilon = [0.1 \text{ à } 0.3]$ , on remarque la formation de

deux cellules contrarotatives. Cependant dans l'intervalle de  $\varepsilon = [0.4 ; 0.5]$  et  $Ra=10^6$  on constate la formation de quatre cellules contrarotatives.

D'une manière générale le nombre moyen de Nusselt augmente lorsque  $\varepsilon$  diminue, et varie avec un taux très faible lorsque  $Ra$  augmente.

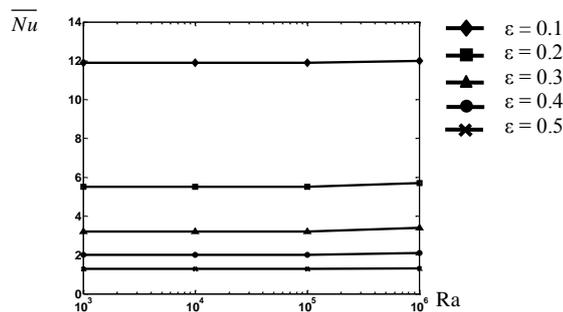


Figure 6 : Variation du Nusselt moyen au niveau de la source de chaleur en fonction de  $Ra$  pour différentes valeurs de  $\varepsilon$ .

### Nomenclature

#### Symbole

$g$  accélération de la pesanteur,  $m s^{-2}$   
 $R_0$  rayon de l'enceinte,  $m$   
 $Pe'$  périmètre de la source de chaleur,  $m$   
 $Pe$  périmètre total de l'enceinte,  $m$   
 $k$  conductivité thermique du fluide,  $Wm^{-1}K^{-1}$   
 $p$  pression,  $Pa$   
 $P$  pression adimensionnelle  
 $u, v$  composantes de la vitesse,  $m s^{-1}$   
 $U, V$  composantes adimensionnelles de la vitesse.  
 $T$  température,  $K$   
 $(R, \varphi)$  coordonnées cylindriques  
 $Nu_\varphi$  nombre de Nusselt local  
 $\overline{Nu}$  nombre de Nusselt moyen,  
 $Ra$  nombre de Rayleigh,  $16g \beta R_0^4 \Phi / \nu \alpha k$   
 $Pr$  nombre de Prandtl

#### Symboles grecs

$\alpha$  diffusivité thermique,  $m^2 s^{-1}$   
 $\nu$  viscosité cinématique,  $m^2 s^{-1}$   
 $\rho$  masse volumique,  $kg m^{-3}$   
 $\Phi$  flux thermique,  $w/m^2$   
 $\psi$  l'angle de chauffage  
 $\theta$  température adimensionnelle  
 $\varepsilon$  largeur adimensionnelle de la partie chauffée  
 $\varepsilon = Pe' / Pe$   
 $\beta$  coefficient d'expansion thermique à pression constante,  $K^{-1}$

#### Exposants, Indices

0 paramètre de référence  
 $c$  surface chaude  
 $f$  surface froide

### Références

- [1] K.E. Torrance et J.A. Rockett, Numerical study of natural convection in an enclosure with localized heating from below, *J. Fluid Mech.*, Vol. 36, pp. 33-54, 1969.
- [2] M. November et M.W. Nandsteel, Natural convection in rectangular enclosures heated from below and cooled along one side, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 30 No. 11, pp. 2433-40, 1987.
- [3] B. Calcagni, F. Marsili et M. Paroncini, Natural convective heat transfer in square enclosures heated from below, *Appl. Thermal Engrg.* 25, pp 2522-2531, 1995.
- [4] H.S. Hasnaoui, E. Bilgen et P. Vasseur, Natural convection heat transfer in rectangular cavities partially heated from below, *J. Thermophys. Heat Transfer*, 6, pp 255-264, 1992.
- [5] M.M. Ganzarolli et L.F. Milanez, Natural convection in rectangular enclosures heated from below and symmetrically cooled from the sides, *Int. J. Heat Mass Transfer* 38, pp 1063-1073, 1995.
- [6] C.J. Ho et J.Y. Chang, A study of natural convection heat transfer in a vertical rectangular enclosure with two-dimensional discrete heating: effect of aspect ratio, *Int. J. Heat Mass Transfer* 37 (6), pp. 917-925, 1994.
- [7] R.L. Frederick, On the aspect ratio for which the heat transfer in differentially heated cavities is maximum, *Int. Comm. Heat Mass Transfer* 26 (4), pp. 549-558, 1999.
- [8] M.S. Khelifi-Touhami, A. Benbrik, D. Lemonnier et D. Blay, Laminar natural convection flow in a cylindrical cavity application to the storage of LNG, *Journal of Petroleum Science and Engineering* 71, pp 126-132, 2010.
- [9] S.V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow, *Hemisphere Publishing Corporation*, États-Unis d'Amérique, 1980.