

ETUDE DE L'EFFET DES FORCES DE FLOTTABILITE SUR LES TRANSFERTS DE CHALEUR ET DE MASSE DANS UN TUBE HORIZONTAL

Aicha BOUHEZZA ^{a*}, Omar KHOLAI ^b, Saadoun BOUDEBOUS ^c, Zoubir NEMOUCHI ^d

^a *Département de Technologie, Faculté de Technologie, Université 20 Août 1955 Skikda, 21000 Skikda, Algérie.*

^b *Département de Génie des Transports, Université Constantine 1, 25000 Constantine, Algérie.*

^c *Département de Génie Chimique, Université Constantine 3, 25000 Constantine, Algérie.*

^d *Département de Génie Mécanique, Université Constantine 1, 25000 Constantine, Algérie.*

E-mail : Phy_bouhezza@yahoo.fr

E-mail : kholai.omar@gmail.com

Résumé : Dans le présent travail, on étudie numériquement la convection mixte dans un tube circulaire horizontal soumis à des flux constants de chaleur et de masse à l'interface fluide-solide. Les équations différentielles elliptiques régissant sont discrétisées par la méthode des volumes finis. Les effets du rapport de flottabilité N sur le développement du champ hydrodynamique, de la vitesse axiale et des nombres de Nusselt et de Sherwood sont présentés. Ces résultats montrent que le rapport de flottabilité N a une importante influence sur l'écoulement et la vitesse axiale, ainsi que sur les taux de transferts de chaleur et de masse.

Mots clés :

Transfert de chaleur ; Transfert de masse; Tube horizontal (3D); Volumes finis; Equations elliptiques.

1. Introduction

La convection mixte avec transfert de chaleur et de masse dans les conduits horizontaux intervient dans plusieurs installations industrielles. Pour cela, de nombreux chercheurs se sont intéressés à l'étude de l'effet des forces de flottabilité sur les champs hydrodynamique, thermique et massique ainsi que sur les taux de transferts de chaleur et de masse. En particulier, Yan [1], Lee et al. [2] et Orfi et Galanis [3], ces auteurs proposent une écriture stationnaire et parabolique des équations de conservation. Les variations axiales des profils de la vitesse, de la température et de la concentration, et les nombres de Nusselt et de Sherwood sont présentées et discutées. Bouhezza et al. [4] se sont intéressés à l'étude de l'écoulement tridimensionnel en convection mixte avec transferts de chaleur et de masse dans un conduit cylindrique incliné. Les équations de conservation sous leur forme elliptique sont utilisées. Les résultats obtenus montrent que les nombres de Richardson thermique et Richardson solutal, et l'angle d'inclinaison ont un effet important sur la structure de l'écoulement et les champs hydrodynamique, thermique et massique ainsi que sur le transfert de chaleur et de masse. La présente étude s'inscrit dans la continuité de notre travail réalisé sur ce problème (Bouhezza et al. [4]).

2. Modèle physique et formulation mathématique

Le modèle physique considéré est schématisé sur la figure 1. Il s'agit de l'écoulement d'un mélange gazeux de deux composants non-réactifs (un composant majoritaire A et une faible quantité d'un composant secondaire B) dans un tube horizontal de diamètre ($2R$). Ce tube est divisé en trois parties de différentes longueurs (L_1 , L_2 et L_3), les parois de la première et la troisième parties sont considérées adiabatiques et imperméables alors que celle située dans la partie centrale est soumise à des flux constants de chaleur q_w et de masse m_w à l'interface solide-fluide. Le fluide entre à $z = -L_1$ avec un profil de vitesse uniforme v_0^* , une température uniforme T_0^* et une concentration uniforme C_0^* . On considère que l'écoulement est laminaire. Le rayonnement, le transfert d'énergie par inter-diffusion des espèces, la dissipation visqueuse, ainsi que les effets Dufour et Soret, sont supposés négligeable. En tenant compte de ces hypothèses, ainsi que celle de Boussinesq,

le transfert de chaleur et de masse en convection mixte laminaire dans une géométrie 3D en coordonnées cylindrique, peut être décrit par les équations adimensionnelles suivantes :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + v \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{w^2}{r} = -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] + \left(\frac{Gr_T}{\text{Re}^2} T + \frac{Gr_C}{\text{Re}^2} C \right) \cos(\theta) \quad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + v \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{uw}{r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(rw)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] - \left(\frac{Gr_T}{\text{Re}^2} T + \frac{Gr_C}{\text{Re}^2} C \right) \sin(\theta) \quad (3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + v \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] \quad (4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + v \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{\text{Re Pr}} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (5)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta} + v \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{1}{\text{Re Sc}} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial C}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 C}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right] \quad (6)$$

Ce système d'équations est elliptique dans les trois directions. Il est soumis aux conditions aux limites suivantes :

- A l'entrée du tube ($z = -L_1$) : $u = 0, w = 0, v = 1, T = 0$ et $C = 0$ (7a)

- A la sortie du tube ($z = L_2 + L_3$): $\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial C}{\partial z} = 0$ (7b)

- A l'interface solide-fluide ($r = 0.5$): $u = w = v = 0$ (7c)
 $\frac{\partial T}{\partial r} = 1$ et $\frac{\partial C}{\partial r} = 1$, pour $0 \leq z \leq L_2$
 $\frac{\partial T}{\partial r} = 0$ et $\frac{\partial C}{\partial r} = 0$, ailleurs

- Sur l'axe du tube ($r = 0$): $\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial C}{\partial r} \right) = 0$ (7d)

- A ($\theta = 0$ et $\theta = 2\pi$): $u(r, 0, z, t) = u(r, 2\pi, z, t), w(r, 0, z, t) = w(r, 2\pi, z, t),$ (7e)
 $v(r, 0, z, t) = v(r, 2\pi, z, t), T(r, 0, z, t) = T(r, 2\pi, z, t)$ et
 $C(r, 0, z, t) = C(r, 2\pi, z, t).$

Les paramètres caractérisant le phénomène sont : le nombre de Prandtl $\text{Pr} = \nu / a$, le nombre de Schmidt $\text{Sc} = \nu / D$, le nombre de Reynolds $\text{Re} = v_0^* 2R / \nu$, le nombre de Richardson thermique $Ri_T = Gr_T / \text{Re}^2$, le nombre de Grashof thermique $Gr_T = g\beta_T q_w (2R)^4 / \nu^2 k$, le nombre de Richardson solutal $Ri_C = Gr_C / \text{Re}^2$ et le nombre de Grashof solutal $Gr_C = g\beta_C m_w (2R)^4 / \nu^2 D$.

Le rapport de flottabilité $N = Ri_C / Ri_T$ représente le rapport entre les forces de flottabilité solutale et thermique. La force de flottabilité solutale aide la force de flottabilité thermique quand $N > 0$, tandis qu'elle s'oppose à la force de flottabilité thermique quand $N < 0$.

Les nombres locaux de Nusselt et de Sherwood sont respectivement définis par :

$$Nu_\theta = \frac{1}{T_w - T_b} \quad \text{avec} \quad T_b = \frac{\int_0^{0.5} \int_0^{2\pi} v T r d\theta dr}{\int_0^{0.5} \int_0^{2\pi} v r d\theta dr} \quad \text{et} \quad Sh_\theta = \frac{1}{C_w - C_b} \quad \text{avec} \quad C_b = \frac{\int_0^{0.5} \int_0^{2\pi} v C r d\theta dr}{\int_0^{0.5} \int_0^{2\pi} v r d\theta dr} \quad (8)$$

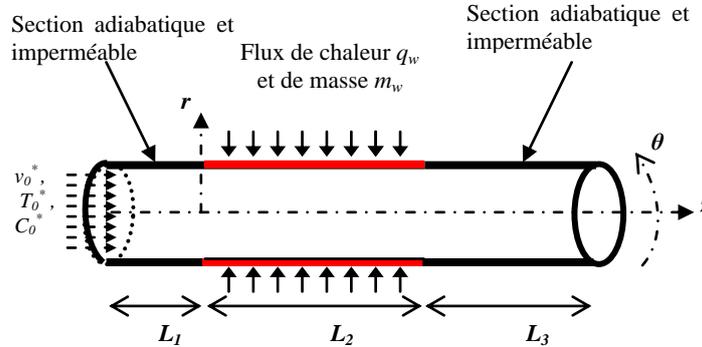


Figure 1 : Configuration géométrique du problème étudié

3. Méthode de résolution

Le système d'équations différentielles elliptiques obtenu avec les conditions aux limites associées est discrétisé par la méthode des volumes finis, pour donner un système d'équations algébriques. Les flux convectifs aux faces de volume de contrôle sont calculés à partir d'un schéma loi de puissance [5]. La discrétisation du terme temporel est faite selon un schéma implicite. Le couplage vitesse-pression est traité par l'algorithme SIMPLER [5]. Les équations algébriques sont résolues itérativement à l'aide de l'algorithme de Thomas. La convergence de la solution est achevée quand le changement relatif maximal de toutes les variables (u , w , v , T et C) entre deux pas du temps successifs est inférieur à 10^{-6} . Les bilans de masse, de quantité de mouvement et d'énergie sont aussi vérifiés à la fin de chaque convergence. Pour assurer l'indépendance de résultats vis-à-vis le maillage utilisé, trois grilles ont été testés [4]. Le code de calcul est aussi validé avec d'autres résultats [4].

4. Résultats et discussion

Les résultats ont été obtenus pour la diffusion de la vapeur d'eau ($Sc = 0.6$) dans l'air ($Pr = 0.7$). Les valeurs du rapport de flottabilité N ont été variées de -1.0 à 2.0 . Le nombre de Reynolds et le nombre de Richardson thermique sont fixes à 400 et à 0.62 , respectivement.

Les évolutions axiales des écoulements secondaires induits par les forces d'Archimède d'origine thermique et massique pour différents rapport de flottabilité N sont comparées dans la figure 2a. On observe près de l'entrée de la partie du tube soumise à des flux de chaleur et de masse la naissance de l'écoulement secondaire. Ces mouvements secondaires deviennent plus importants aux environs de $z = 7.46663$. Ils diminuent par la suite tant vers des états entièrement établis. En comparant les résultats de ces cas, on constate que l'augmentation du rapport de flottabilité N amplifie l'intensité de l'écoulement secondaire, et la diminution de ce paramètre réduit ces mouvements secondaires. Pour $N = -1$, ces mouvements secondaires disparaissent le long du tube. Ceci indique que les forces de flottabilités thermique et massique agissant en sens inverse, et dont la contribution globale est nulle, ainsi, l'écoulement mixte se comporte alors comme un écoulement forcé.

La figure 2b illustre les effets du rapport des forces de flottabilité sur l'évolution des profils de la vitesse axiale aux différentes positions axiales. Proche de l'entrée de la partie du tube soumise à des flux de chaleur et de masse ($z = 0.6053$), ces profils sont uniformes dans la partie centrale, symétriques par rapport à l'axe du conduit et essentiellement identiques pour tous les cas. En s'éloignant de l'entrée, ces profils uniformes sont de plus en plus déformés, et ils perdent leurs symétries. L'écoulement secondaire induit par les forces de flottabilité (figure 2a) a une influence directe sur la vitesse axiale et entraîne un déplacement du maximum de la vitesse axiale vers la moitié inférieure à l'axe du tube, mais pour $N = -1$ le profil de vitesse axiale est toujours symétrique. A la position $z = 24.8206$ (loin de l'entrée), en comparant les vitesses maximales pour tous les cas, on déduit que la valeur maximale de la vitesse axiale pour le cas $N = -1$ est nettement supérieure à celle des autres cas. Ceci indique que l'effet du rapport de flottabilité sur la vitesse est plus important lorsque $N < 0$.

$Z = 0.6053$ $Z = 7.46663$ $Z = 24.8206$

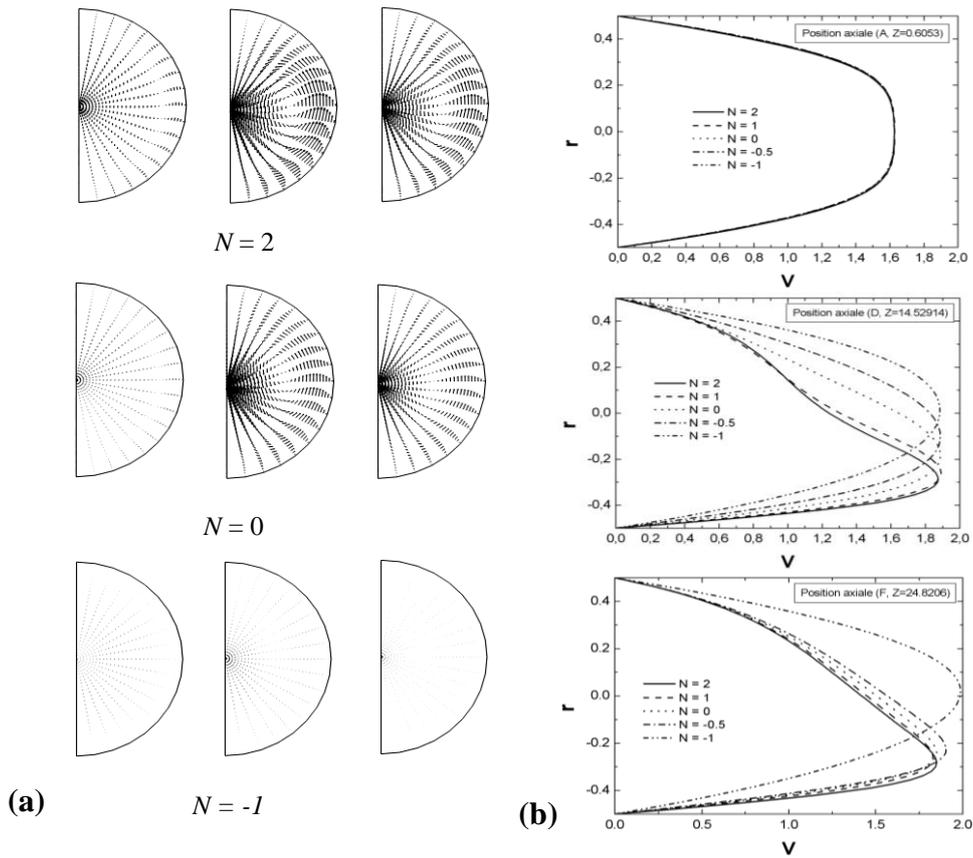


Figure 2 : Effet du rapport de flottabilité sur les évolutions axiales des écoulements secondaires et des profils de la vitesse axiale

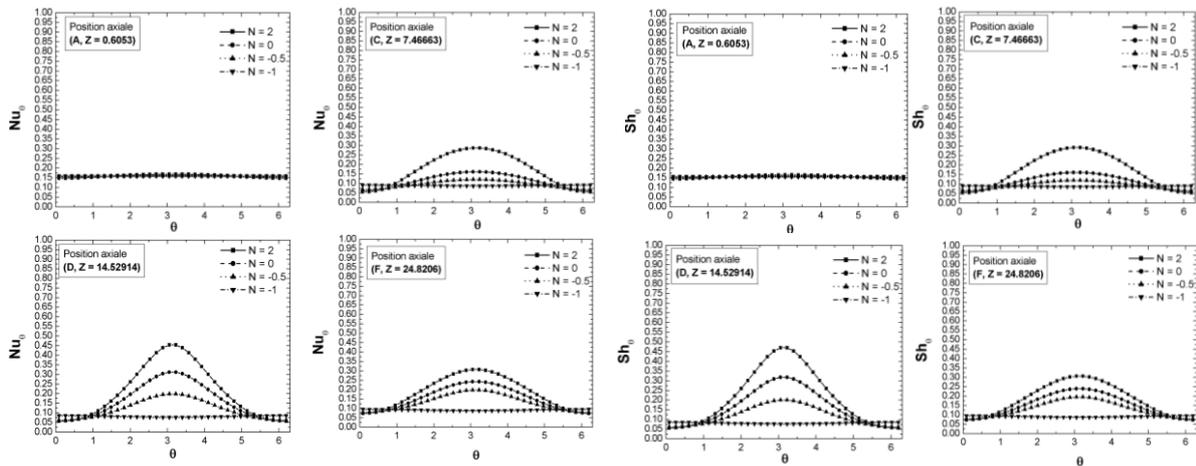


Figure 3 : Effet du rapport de flottabilité sur les évolutions axiales des nombres locaux de Nusselt et de Sherwood

L'effet du rapport de flottabilité sur l'évolution axiale des nombres locaux de Nusselt et de Sherwood est illustré dans la figure 3. Cette figure montre clairement que les courbes des nombres de Nu_θ et de Sh_θ sont symétriques par rapport au diamètre vertical du tube ($\theta = \pi$) le long du tube. Près de l'entrée de la partie du tube soumise à des flux de chaleur et de masse ces courbes sont indépendantes de θ , et essentiellement identiques pour tous les cas, c'est-à-dire l'influence du rapport de flottabilité est négligeable. En s'éloignant de l'entrée, l'allure des courbes de Nu_θ et de Sh_θ est influencée par le rapport N . Pour les cas $N \neq -1$, on note que les valeurs

de ces nombres augmentent lorsque Z augmente et par la suite décroissent tant vers des états entièrement développés avec l'augmentation du Z . Les valeurs maximales de Nu_θ et de Sh_θ se situent au bas du conduit ($\theta = \pi$), tandis que ses valeurs minimales se situent au haut du conduit ($\theta = 0$). Pour le cas $N = -1$ ces nombres ne varient pas selon la direction angulaire (suivant θ) le long du tube à cause de l'absence des mouvements secondaires, comme remarqué dans la figure 2a.

Conclusion

L'écoulement laminaire en convection mixte thermique et massique dans un tube horizontal soumis à des flux de chaleur et de masse a été étudié numériquement. L'effet du rapport de flottabilité sur les champs hydrodynamiques et les taux de transfert de chaleur et de masse a été examiné. Les résultats obtenus peuvent être résumés comme suit :

- 1) Près de l'entrée de la partie du tube soumise à des flux de chaleur et de masse l'effet du rapport de flottabilité sur la structure de l'écoulement, de la vitesse axiale et des nombres locaux de Nusselt et de Sherwood est négligeable.
- 2) A mesure qu'on avance dans le tube un écoulement secondaire apparaît. La vitesse axiale distord à cause de l'effet des forces de flottabilité thermique et massique. L'intensité de ces mouvements secondaires, la distorsion des profils de la vitesse axiale et les nombres locaux de Nusselt et de Sherwood dépendent du rapport de flottabilité N .
- 3) Le transfert de chaleur et de masse augmente lorsque les forces de flottabilité massique agissent dans le même sens que les forces de flottabilité thermique.

Nomenclature

Symboles :

a	Diffusivité thermique	$m^2.s^{-1}$
C	Concentration d'espèce adimensionnelle	
C^*	Concentration d'espèce (kg de B / kg de $(A+B)$)	
D	diffusivité massique	$m^2.s^{-1}$
g	Accélération de la pesanteur	$m.s^{-2}$
Gr_T	Nombre de Grashof thermique	
Gr_C	Nombre de Grashof solutal	
L_1, L_3	Longueurs adimensionnées des zones adiabatiques et imperméables	
L_2	Longueur adimensionnée de la zone soumise à des flux de chaleur et de masse	
m_w	Flux de masse imposé à l'interface solide-fluide	$kg.s^{-1}.m^{-2}$
Nu_θ	Nombre de Nusselt	
N	Rapport de flottabilité	
P	Pression modifiée adimensionnelle	
Pr	Nombre de Prandtl	
q_w	Flux de chaleur imposé à l'interface solide-fluide	$W.m^{-2}$
r	Coordonnée radiale adimensionnelle	
R	Rayon du conduit	m

Re	Nombre de Reynolds
Ri_C	Nombre de Richardson solutal
Ri_T	Nombre de Richardson thermique
Sc	Nombre de Schmidt
Sh_θ	Nombre de Sherwood
T	Température adimensionnelle
t	Temps adimensionnelle
u	Vitesse radiale adimensionnelle
v	Vitesse axiale adimensionnelle
w	Vitesse azimutale adimensionnelle
z	Coordonnée axiale adimensionnelle

Lettres grecques :

β_C	Coefficient d'expansion massique	
β_T	Coefficient d'expansion thermique	K^{-1}
θ	Coordonnée angulaire	rad
ν	Viscosité cinématique	$m^2.s^{-1}$
ρ	Masse volumique	$kg.m^{-3}$

Indices / Exposants :

*	Variable dimensionnelle
0	Conditions d'entrée
w	Interface solide-fluide

Références

- [1] W.M. Yan, Mixed convection heat and mass transfer in inclined rectangular ducts, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Volume 37, Pages 1857-1866, 1994.
- [2] K.T. Lee, H.L. Tsai et W.M. Yan, Mixed convection heat and mass transfer in vertical rectangular ducts, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Volume 40, Pages 1621-1631, 1997.
- [3] J. Orfi et N. Galanis, Developing laminar mixed convection with heat and mass transfer in horizontal and vertical tubes, *Int. J. Therm. Sci.*, Volume 41, Pages 319-331, 2002.
- [4] A. Bouhezza, O. Kholai, S. Boudebous et Z. Nemouchi, Mixed convection heat and mass transfer in inclined circular ducts, *Heat Transfer Research*, Volume 44, Pages 163-193, 2013.
- [5] S.V. Patankar, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, *Hemisphere Publishing, New York*, 1980.