

## Effet de l'insertion d'une mousse métallique dans un cylindre muni d'un piston

Nessrine ZAHY, Ayda BOUGHAMOURA, Sassi BEN NASRALLAH  
*Laboratoire des Systèmes Thermiques et Energétique*  
*Ecole Nationale d'Ingénieurs de Monastir, Tunisie*  
[zahi\\_nessrine@yahoo.fr](mailto:zahi_nessrine@yahoo.fr)

**Résumé :** Dans ce travail, nous allons étudier l'effet de l'insertion d'une mousse métallique dans un cylindre muni d'un piston plat. Le piston assure un cycle de compression-détente et introduit un écoulement oscillatoire dans le domaine composite fluide/poreux. Le modèle de Darcy-Forchheimer-Brinkman modifié est utilisé pour décrire l'écoulement à travers la structure cellulaire. L'équilibre thermique local (LTE) est valable entre les deux phases fluide et solide. Les résultats numériques mettent en évidence l'évolution de la vitesse d'écoulement, du champ de température, de la perte de charge créée au niveau de la mousse métallique et du flux échangé à travers le régénérateur de chaleur.

### Mots clés :

Écoulement compressible, mousse métallique, perte de charge, flux convectif échangé.

## 1. Introduction

L'existence d'un accroissement du transfert de chaleur lors d'un écoulement oscillant ou à flux alternatif dans un cylindre est confirmée par Kurzweg et al. [1, 2]. Leurs résultats ont montré que, dans le cas d'un écoulement oscillant, la diffusivité effective de la chaleur atteint un maximum pour une fréquence d'oscillation spécifique. Cette dépendance explicite du transfert de chaleur à la fréquence de pulsation est, par suite, démontrée dans plusieurs études [3,4].

D'autre part, les milieux poreux permettent d'obtenir des gains substantiels en termes d'intensification de transferts de chaleur. En particulier, les domaines partiellement occupés par un milieu poreux font l'objet de plusieurs applications industrielles dont le but est d'améliorer les transferts de chaleur et de modifier la dynamique de l'écoulement [5,6]. Parmi les structures poreuses, on peut distinguer les mousses métalliques qui possèdent des caractéristiques thermophysiques considérables comparées à d'autres structures poreuses d'utilisation courante.

Bien qu'il existe quelques études concernant les écoulements oscillants et les transferts de chaleur en présence d'une mousse métallique, aucune étude n'a traité l'aspect oscillant de l'écoulement en tant que conséquence du mouvement d'une frontière mobile (piston). D'autre part, dans ces références, la mousse métallique occupe la totalité du domaine. Ceci n'est pas nécessairement un facteur d'amélioration du taux de transfert de chaleur et des pertes de charges.

La motivation principale de la présente étude est de quantifier l'effet d'un écoulement oscillant généré par le mouvement du piston et l'insertion d'un milieu poreux par adoption d'une mousse métallique. Le modèle de Darcy-Lapwood-Forchheimer-Brinkman modifié est utilisé pour décrire l'écoulement à travers la structure cellulaire. L'équilibre thermique local (LTE) est valable entre les deux phases fluide et solide. Les résultats numériques mettent en évidence l'évolution de la vitesse d'écoulement, du champ de température ainsi que la perte de charge créée au niveau de la mousse métallique.

## 2. Formulation du problème et méthode numérique

La configuration géométrique bidimensionnelle étudiée est constituée d'un conduit cylindrique, axisymétrique, fermé d'un côté, muni d'un piston plat de l'autre côté et partiellement rempli d'une mousse métallique (Figure 1). Les conditions initiales et aux limites sont détaillées dans le tableau 1.

Tableau 1 : Conditions initiales et aux limites du problème

| Les conditions initiales : $T(t = 0) = T_0, P(t = 0) = P_0, \rho(t = 0) = \rho_0$                      |                                                                                                                                                                                                                                                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Les conditions aux limites dynamiques                                                                  | Les conditions aux limites thermiques                                                                                                                                                                                                                |
| Sur toutes les frontières fixes du domaine :<br>$u(r = R) = v(r = R) = 0$<br>$u(z = 0) = v(z = 0) = 0$ | La paroi latérale cernant le milieu poreux est adiabatique :<br>$\frac{\partial T}{\partial r}(r = R) = 0$ lorsque $z_1 \leq z \leq z_2$                                                                                                             |
| Au niveau de la paroi mobile (le piston) :<br>$u(z = L(t)) = V_p \sin(\omega t)$<br>$v(z = L(t)) = 0$  | Les parois suivantes sont adiabatiques :<br>$\frac{\partial T}{\partial r}(r = R) = 0 : 0 \leq z \leq \frac{Lp}{2}$ et $z_2 + \frac{Lp}{2} \leq z \leq L(t)$<br>$\frac{\partial T}{\partial z}(z = 0) = \frac{\partial T}{\partial z}(z = L(t)) = 0$ |
| Sur l'axe de symétrie :<br>$\frac{du}{dr}(r = 0) = 0$<br>$v(r = 0) = 0$                                | Les parois suivantes sont maintenues à flux constants :<br>$\frac{\partial T}{\partial r}(r = R) = 1 : \frac{Lp}{2} \leq z \leq z_1$<br>$\frac{\partial T}{\partial r}(r = R) = -1 : z_2 \leq z \leq z_2 + Lp/2$                                     |
|                                                                                                        | Sur l'axe de symétrie :<br>$\frac{\partial T}{\partial r}(r = 0) = 0$                                                                                                                                                                                |

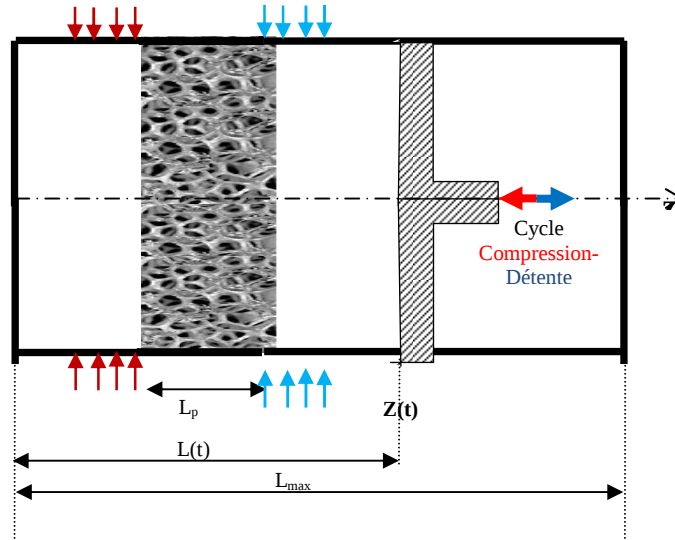


Figure 1: Géométrie du problème

Les hypothèses utilisées sont :

- Le fluide qui est l'air est Newtonien et assimilé à un gaz parfait,
- L'écoulement est laminaire, axisymétrique et subsonique,
- Les forces volumiques de pesanteur sont négligeables,
- La dissipation visqueuse est négligeable,
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable et il ya équilibre thermique local entre les deux phases fluide et solide,
- Les propriétés physiques du fluide sont constantes sauf la masse volumique qui varie avec le volume pour satisfaire la conservation de la masse du fluide dans la conduite.

Compte tenu des hypothèses précédentes, le système d'équations régissant l'écoulement et le transfert de chaleur, en adoptant le modèle de Darcy- Forcheimer- Brinkman modifié, à l'échelle macroscopique, s'écrit sous forme adimensionnelle :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\rho r v)}{\partial r} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \left( \lambda \left( \frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) + 1 \right) \rho u u \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \left( \lambda \left( \frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) + 1 \right) r \rho u v \right] = - \frac{\partial \pi}{\partial z} \\ + \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right] - \lambda \left[ \frac{\varepsilon}{Da \text{Re}} + \frac{F\varepsilon}{\sqrt{Da}} \rho \|\vec{u}\| \right] u \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \left( \lambda \left( \frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) + 1 \right) \rho v u \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \left( \lambda \left( \frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) + 1 \right) r \rho v v \right] = - \frac{\partial \pi}{\partial z} \\ + \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v}{\partial r} \right) \right] - \lambda \left[ \frac{\varepsilon}{Da \text{Re}} + \frac{F\varepsilon}{\sqrt{Da}} \rho \|\vec{u}\| \right] v \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\lambda((\varepsilon - 1)\rho + (1 - \varepsilon)R_c) + \rho)T}{\partial t} + \left[ \frac{\partial(\rho u T)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v T) \right] = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\partial P_m}{\partial t} \\ + \frac{1}{\text{Pr Re}} \left[ \frac{\partial^2}{\partial z^2} [\lambda((\varepsilon - 1) + (1 - \varepsilon)R_k) + 1] T \right] \\ + \frac{1}{\text{Pr Re}} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r [\lambda((\varepsilon - 1) + (1 - \varepsilon)R_k) + 1] \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right] \end{aligned} \quad (4)$$

$$P_m = \rho T \quad (5)$$

Le piston est animé d'une vitesse sinusoïdale qui s'écrit sous la forme :  $v_p(t) = V_p \sin(\omega t)$ . Lorsqu'il s'agit de ce type d'écoulement (écoulement oscillatoire), il est commode d'introduire la notion du nombre de Womersley  $Wo^2 = \frac{D^2 \omega}{\gamma}$ . La vitesse du piston adimensionnelle peut alors se mettre sous la forme :

$$v_p(t) = \sin \left( \frac{Wo^2}{\text{Re}} t \right) \quad (6)$$

Les équations gouvernant le système ont été discrétisées par la méthode MVCEF [7]. Le couplage pression-vitesse a été assuré par l'algorithme SIMPLER. Une étude du maillage a été réalisée et nous avons conclu que le maillage régulier optimal qui permet d'avoir un meilleur compromis (précision/temps de calcul) est 241 x 131. Le domaine du calcul est divisé en deux régions: la première est fixe avec un volume constant et une grille numérique fixe, comportant la zone de la culasse et la zone poreuse ; la deuxième est déformable avec une grille en mouvement, suivant l'axe des z.

### 3. Résultats et discussions

#### 3.1. Evolution de la vitesse

Les paramètres supposés fixes pour toutes les simulations sont : le nombre de Prandtl fixé à 0,7, la longueur de la couche métallique fixée à  $L_p = 0,14L_{\text{max}}$  et la porosité fixée à 0,9. Les grandeurs adimensionnelles retenues dans ces calculs sont les suivantes : le nombre de Reynolds : 100, le nombre de Darcy :  $10^{-4}$  et le nombre de Womersley : 10.

La figure 2 présente l'évolution de la vitesse axiale, au niveau de l'axe de symétrie du cylindre, durant le cycle de compression-détente à différentes positions axiales. D'après cette figure, deux aspects peuvent être identifiés :

- Pendant la compression ( $\theta < 180^\circ$ ), les vitesses à l'intérieur du domaine sont en retard de phase par rapport à la vitesse du piston. Par contre, durant la phase de détente ( $\theta > 180^\circ$ ), elles sont en avance de phase par rapport à la vitesse du piston. A l'intérieur de la zone 1 ( $z \geq 0,63L(t)$ ), les maximums de la vitesse axiale sont atteints après  $\theta = 90^\circ$  au cours de la phase de compression et avant  $\theta = 270^\circ$  durant la phase de détente.

- L'amplitude d'oscillation, qui désigne la vitesse maximale de l'écoulement, décroît progressivement depuis le piston  $z=z(\text{piston})$  jusqu'à  $z=0$  (au niveau de la culasse) durant la phase de détente. Par contre, on remarque qu'au cours de la phase de compression, la vitesse de l'écoulement dans la zone déformable devient à partir d'un certain instant plus importante que celle du piston. En effet, la formation de la couche limite, la compressibilité du fluide et le développement de la zone de recirculation pariétale font que l'écoulement s'accélère progressivement loin du piston avant de se ralentir en présence de la mousse métallique.

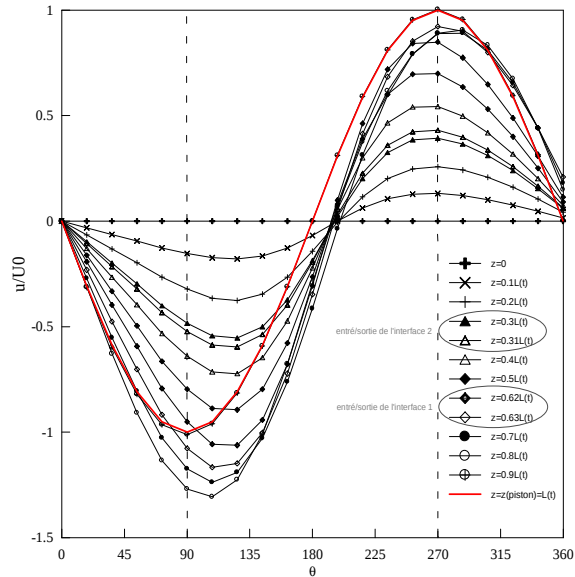


Figure 2 : Évolution temporelle de la vitesse axiale au cours du cycle ( $r=0$ )

La figure 3 montre l'évolution du profil de la vitesse au cours du cycle pour trois positions axiales. Cette figure, montre qu'au niveau de la zone déformable, la vitesse est plus importante que les autres régions. Dans la région centrale du cylindre ( $r \leq \frac{2}{3}R$ ), elle décroît progressivement pour dévoiler, au voisinage de la paroi latérale, l'évolution de la couche limite. D'après cette figure, on note aussi l'effet ralentisseur de la mousse métallique qui a diminué l'amplitude d'oscillation de la vitesse d'écoulement.

Toutefois, pour un écoulement newtonien dans un tube, la vitesse est maximale au niveau de l'axe de symétrie et s'annule au niveau de la paroi fixe pour admettre un profil radial parabolique. Ce phénomène n'apparaît que pendant la compression et il est remplacé par un autre phénomène d'Overshoot au cours de la détente (Figure 3).

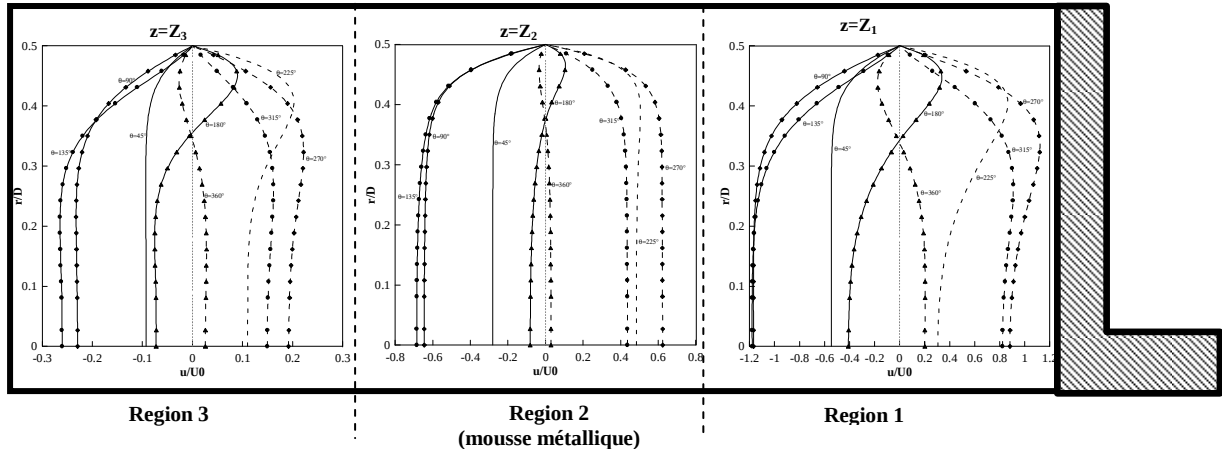


Figure 3 : Profils radiaux de la vitesse  $u$  à différents instant du cycle

### 3.2. Evolution de la température

La mousse métallique est une mousse en acier inoxydable. La paroi de la mousse métallique est adiabatique et elle est située entre deux échangeurs de chaleur de largeur  $\frac{L_P}{2}$ . L'un est destiné à chauffer le fluide et l'autre pour le refroidir.

La figure 4 montre la variation temporelle de la température pour les trois positions relatives aux trois régions du cylindre. Cette figure montre clairement l'effet régénératif de la mousse métallique. En effet, dans un régénératif de chaleur, le fluide échange de la chaleur avec le matériau solide de la matrice. La capacité calorifique de la matrice du régénératif est beaucoup plus élevée que celle du fluide. Par conséquent, la variation de température dans la matrice du régénératif est très faible et la température au milieu de la mousse métallique est égale à la température initiale du domaine. La température dans la zone réchauffée augmente en

cours de la compression puis diminue pendant la détente. Apaisé, ce même aspect continue à exister pour la position  $Z_1$ .

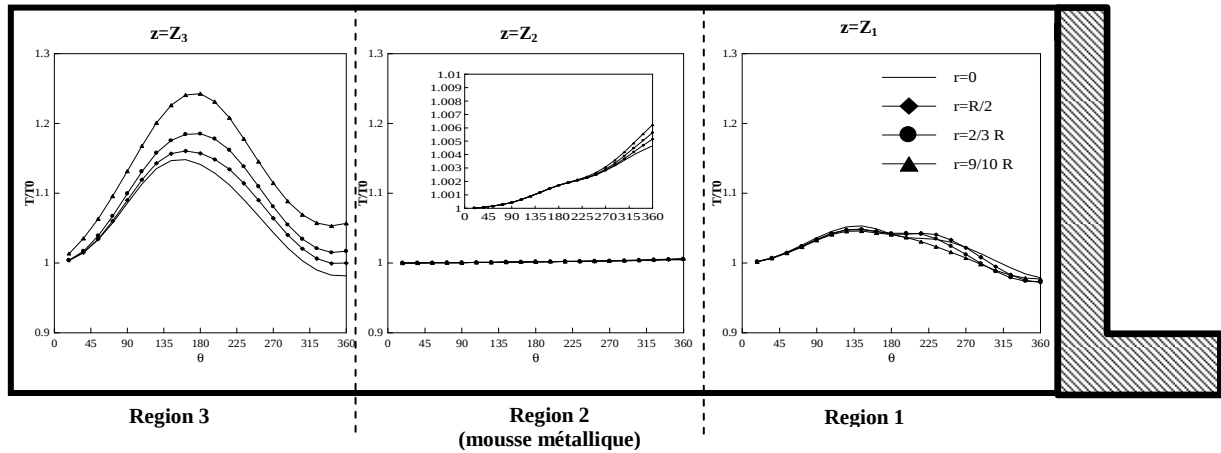


Figure 4 : Évolution temporelle du profil de la température pour différentes positions axiales et radiales

### 3.3. Pertes de charge

Le transport de la quantité de mouvement à travers une couche poreuse est toujours accompagné d'une chute de pression. La perte de charge  $\frac{\Delta P}{L_p}$ , créée à travers la mousse métallique de porosité ( $\varepsilon = 0,9$ ), est présentée dans la figure 5. L'évolution de  $\frac{\Delta P}{L_p}$  durant le cycle de compression-détente est sinusoïdale. Elle est d'autant plus importante que le nombre de Darcy est faible et les nombres de Reynolds et de Womersley sont importants. Toutefois, il est judicieux de noter que la perte de charge devient sensible au rayon poreux lorsque la porosité diminue.

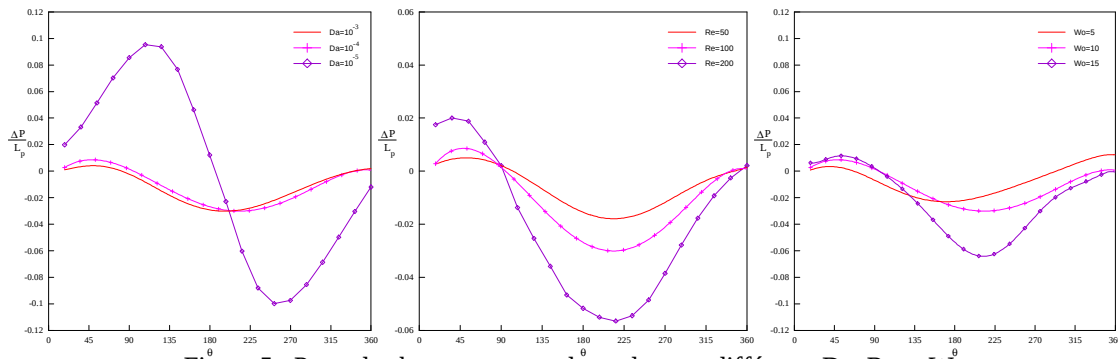


Figure 5 : Perte de charge au cours du cycle pour différents Da, Re et Wo

### 3.4. Flux de chaleur convectif

La quantification des flux de chaleur convectés à travers la mousse métallique est d'un grand intérêt dans de nombreuses applications industrielles. Avoir une idée sur la quantité de chaleur (ou d'énergie) échangée durant un cycle de compression-détente permet d'améliorer le rendement pour de telles machines. Cette quantité

est calculée par : 
$$Q = \int_0^R \rho C_p u T 2\pi r dr \Big|_{\text{interface 2}} - \int_0^R \rho C_p u T 2\pi r dr \Big|_{\text{interface 1}}$$

La figure 6 montre que la quantité de chaleur échangée avec le régénérateur augmente lorsque le nombre de Reynolds augmente et le nombre de Womersley diminue et elle ne dépend pas du nombre de Darcy. Cette figure montre aussi qu'une mousse métallique maintenue adiabatique peut aussi engendrer une augmentation du flux convectif échangé lorsqu'elle est caractérisée par une faible conductivité thermique et une forte capacité calorifique.

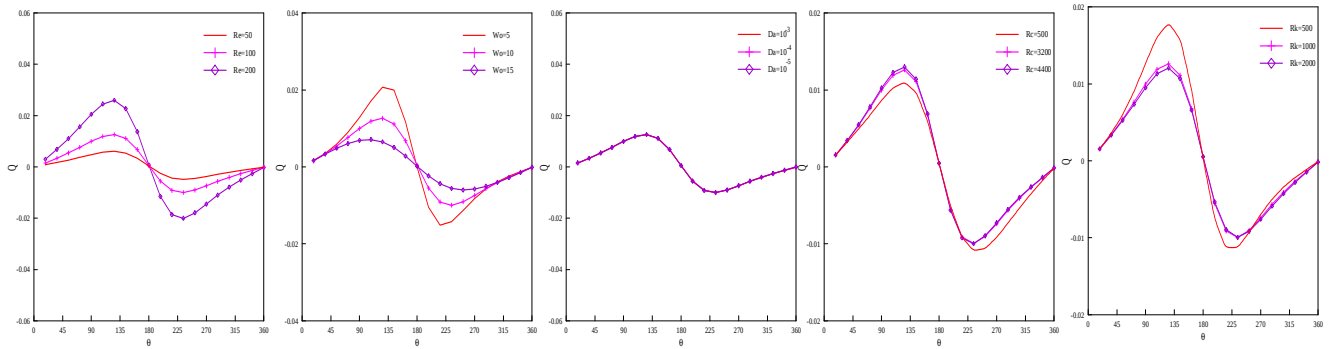


Figure 6 : Évolution du flux de chaleur convectif échangé à travers la mousse métallique

## Conclusion

L'écoulement oscillatoire, généré par le mouvement du piston durant un cycle de compression-détente, dans un cylindre en présence d'un régénérateur de chaleur peut engendrer plusieurs phénomènes :

- la vitesse d'écoulement dans la zone déformable est, à partir d'un angle, plus grande que celle du piston.
- La formation de la couche limite, la compressibilité du fluide et le développement de la zone de recirculation pariétale font que l'écoulement s'accélère progressivement loin du piston avant de ralentir en présence du MP.
- la quantité de chaleur échangée avec le régénérateur augmente lorsque le nombre de Reynolds augmente et le nombre de Womersley diminue.
- Une faible conductivité thermique ou une forte capacité calorifique du MP favorisent le flux convectif.
- La perte de charge à travers le MP augmente lorsque les nombres de Reynolds et de Womersley augmentent et lorsque le nombre de Darcy diminue.

## Nomenclature

|                       |                                          |                   |                                         |
|-----------------------|------------------------------------------|-------------------|-----------------------------------------|
| $C_p$                 | La chaleur spécifique, $J/kg \cdot K$    | $Re$              | Nombre de Reynolds                      |
| $D$                   | Le diamètre du cylindre, $m$             | $R_k$             | Rapport des conductivités thermiques    |
| $k$                   | La conductivité thermique, $W/m \cdot K$ | $Wo$              | Nombre de Womersley                     |
| $P_m$                 | La pression thermodynamique, $Pa$        | Symboles grecs    |                                         |
| $Q$                   | Le flux échangé à travers le MP, $W$     | $\varepsilon$     | La porosité du MP                       |
| $t$                   | Le temps, $s$                            | $\lambda$         | Paramètre binaire                       |
| $T$                   | La température, $K$                      | $\pi$             | La pression dynamique, $Pa$             |
| $u$                   | La vitesse axiale, $ms^{-1}$             | $\theta$          | L'angle de rotation, $^\circ$           |
| $v$                   | La vitesse radiale, $ms^{-1}$            | $\rho$            | La masse volumique, $kg/m^3$            |
| Nombres adimensionnel |                                          | $\omega$          | La pulsation d'oscillation, $rads^{-1}$ |
| $Da$                  | Nombre de Darcy                          | Exposant, Indices |                                         |
| $Pr$                  | Nombre de Prandtl                        | 0                 | initiale                                |
| $R_c$                 | Rapport des capacités calorifiques       |                   |                                         |

## Références

- [1] U.H. Kurzweg and L.D. Zhao, Heat transfer by high frequency oscillations, a new hydrodynamic technique for achieving large effective axial conductivities, *Physics Fluids*, Volume 27, Pages 2624–2627, 1984.
- [2] U.H. Kurzweg, Enhanced heat conduction in fluids subjected to sinusoidal oscillations, *Journal of Heat Transfer*, Volume 107, Pages 459–462, 1985.
- [3] A.A. Lambert, S.Cuevas, J.A. del Rio and M. Lopez, Heat transfer enhancement in oscillatory flows of Newtonian and viscoelastic fluids, *International Journal of Mass Transfer*, Volume 52, Pages 5472–5478, 2009.
- [4] T. C. Jue, Analysis of oscillatory flow with thermal convection in a rectangular cavity filled with porous medium, *International Communication Heat and Mass Transfer*, Volume 27, Pages 985–994, 2000.
- [5] H.L. Fu, K.C. Leong, X.Y. Huang and C.Y. Liu, An experimental study of heat transfer of a porous channel subjected to oscillating flow, *ASME-Journal of Heat Transfer*, Volume 123, Pages 162–170, 2001.
- [6] K.C. Leong and L.W. Jin, Characteristics of oscillating flow through a channel filled with open-cell metal foam, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Volume 27, Pages 144–153, 2006.
- [7] B. R. Baliga and S. V. Patankar, A Control-Volume Finite Element Method for Two-Dimensional Fluid Flow and Heat Transfer, *Numerical Heat Transfer*, Volume 6, Pages 245–261, 1983.