

Etude De l'écoulement thermo-capillaire dans une goutte d'eau en évaporation sur un substrat solide

Fouzi Boumaza¹, Mebrouk Ait Saada¹, Salah Chikh¹, Lounès Tadriss²

¹Faculté de Génie Mécanique et de Génie des Procédés, USTHB

B.P. 32, El Alia, Bab Ezzouar 16111 Alger, Algérie

²Aix-Marseille Université (U1, U2), Polytech'Marseille, Laboratoire IUSTI, CNRS UMR 6995,

Technopôle de Château Gombert, 5 rue Enrico Fermi, 13453 Marseille, France

(m_aitsaada@yahoo.fr)

Résumé: Un modèle numérique est développé pour étudier l'écoulement thermo-capillaire généré dans une goutte d'eau lors de l'évaporation sur un support solide horizontal. La mise en équation du problème est basée sur les équations de Navier-Stokes et l'équation d'énergie dans la goutte, l'équation de conduction de la chaleur dans le substrat et les équations de diffusion de la chaleur et de la vapeur dans l'air environnant. Les résultats obtenus ont montré une variation dans la vitesse de l'écoulement thermo-capillaire et de sa direction en fonction de l'angle de contact et la conductivité thermique du substrat. Une inversion dans la direction de l'écoulement est retrouvée aux angles de contact inférieurs à 10° pour les cas de substrats isolants.

Mots clés : Goutte sessile, Evaporation, Ecoulement thermo-capillaire, diffusion de vapeur

1. Introduction

L'évaporation de gouttes d'eau sur des substrats solides a des applications multiples en analyse biochimique, en microélectronique et optique, dans la fabrication des peintures et encres, dans les systèmes de refroidissement et bien d'autres domaines. Plusieurs auteurs ont étudiés l'évaporation de gouttes sessiles et ont montré que les propriétés thermo-physiques du substrat ont un effet important sur le débit d'évaporation [1-3]. Ristenpart et al. [4] ont étudié théoriquement et expérimentalement l'écoulement convectif thermo-capillaire à l'intérieur de gouttes sessiles de liquides organiques. Ils ont établi un critère pour le changement dans la direction d'écoulement en fonction de l'angle de contact et des conductivités thermiques du substrat et du liquide. Xu et al. [5] ont complété par la dépendance avec le rapport de l'épaisseur du substrat sur le rayon de base de la goutte. Les estimations numériques de Hu et Larson [6] ont montré que la direction d'écoulement s'inversait à un angle de contact critique de 14° pour une goutte d'eau sur un substrat en verre.

Dans ce travail, l'effet de la conductivité du substrat sur l'écoulement thermo-capillaire dans une goutte d'eau sessile en évaporation est étudié. Un modèle de convection-diffusion est développé sous l'hypothèse d'une évaporation quasi-stationnaire et axisymétrique. Il prend en considération l'écoulement thermo-capillaire dans la goutte, la conduction thermique dans le substrat et l'air environnant et la diffusion de vapeur dans la phase gaz. L'objectif est d'analyser les aspects dynamique et thermique de l'écoulement dans la goutte lors de l'évaporation et d'établir les conditions d'inversion de l'écoulement en fonction de la conductivité thermique du substrat et de l'angle de contact.

2. Formulation mathématique

La figure 1 représente le domaine physique, constitué d'une goutte d'eau pure de volume initial de 10 mm³, posée sur un substrat solide d'épaisseur $e_w = 1$ mm et de conductivité thermique k_s . La goutte d'eau s'évapore selon un mode accroché (angle de contact θ variable et rayon de contact R constant). Le substrat est un support non chauffant, il est couvert par une couche très mince en aluminium, imposant à la goutte un angle de contact initial de 78°. La goutte a la forme d'une calotte sphérique de taille inférieure à la longueur capillaire $l = (\sigma / \rho_l g)^{1/2}$ (égale à 2,69 mm pour l'eau). La vapeur saturée issue de l'évaporation à l'interface liquide-gaz est transférée par diffusion dans l'air ambiant de température de 25 °C et humidité relative de 40%. Le coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air ambiant D est de 25 mm²/s.

Pour formuler mathématiquement le problème, trois systèmes de coordonnées sont utilisés : les coordonnées cylindriques (r, z) dans le substrat (zone I), les coordonnées toroïdales (α, β) dans le sous-domaine

The diagram illustrates a sessile drop on a substrate, divided into three zones:

- Zone I (Substrat):** The region below the drop, where $T_s = T_\infty = 25^\circ\text{C}$ and $\frac{\partial T_s}{\partial r} = 0$.
- Zone II (Goutte):** The region inside the drop, where $\frac{\partial v}{\partial \alpha} = u = 0$ and $\frac{\partial T_{g,\alpha}}{\partial \alpha} = \frac{\partial C}{\partial \alpha} = 0$.
- Zone III (Air):** The region above the drop, where $T_g = T_\infty = 25^\circ\text{C}$ and $C = C_\infty$.

The drop is characterized by its contact angle θ_0 and radius R . The coordinate system (r, ϕ) is centered at the origin O . The boundary conditions at the contact line are $\beta = \pi$ and $\alpha \rightarrow \infty$. The diagram also shows the unit vectors $\vec{e}_\alpha$ and $\vec{e}_\beta$ and the angle $\beta \approx \pi/2$.

Les équations gouvernantes et les conditions aux limites associées ainsi que les conditions aux interfaces sont discrétisées par la méthode des volumes finis [7]. Des maillages décalés sont appliqués dans la goutte avec des pas très fins de l'ordre $10^{-4}R$ autour de la ligne de contact relativement aux trois phases. L'algorithme SIMPLE est adopté pour traiter le couplage vitesse-pression. Le schéma PLDS (Power Law Differencing

Scheme) est utilisé pour la discrétisation des termes de convection et de diffusion. Les systèmes d'équations algébriques obtenus sont résolus par la combinaison de l'algorithme de Thomas et la méthode de Gauss-Seidel. Les solutions itératives atteignent la convergence une fois l'erreur relative maximale sur la variable dépendante (u, v, T, C) est inférieure à 0,1 %. Le résidu maximal admis pour chaque équation de conservation est inférieur à 10^{-5} . Le résidu massique de l'équation de continuité doit être inférieur à 10^{-10} .

Le programme de calcul élaboré est validé par une comparaison avec les résultats des champs de vitesse, obtenus numériquement par Hu et Larson [6]. Pour un angle de contact de 40° , la figure 2 montre une bonne concordance qualitative entre les résultats des deux parties. Sous l'effet thermo-capillaire, l'écoulement passe de la ligne de contact au sommet de la goutte en suivant l'interface liquide-gaz puis revient le long de l'interface solide-liquide.

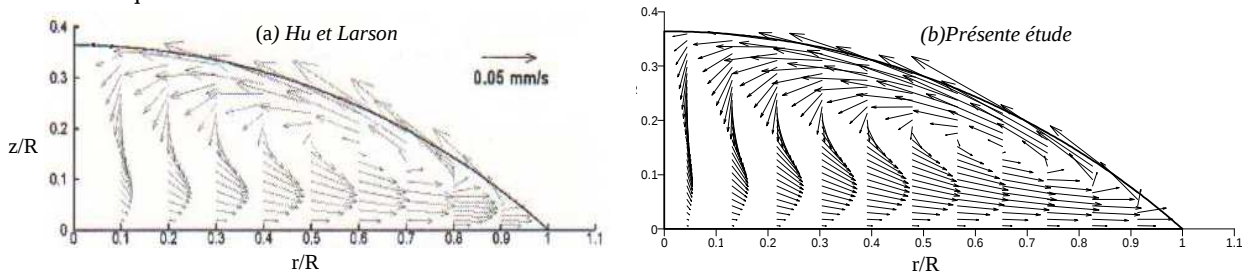


Figure 2 : Comparaison avec les résultats de Hu et Larson [6].

3. Résultats et discussion

Les résultats présentés dans ce qui suit ont pour but d'analyser l'importance de l'écoulement thermo-capillaire et sa direction à l'intérieur d'une goutte sessile. La figure 3 montre des profils de température à l'interface liquide-gaz. La température est en dessous de 25°C , indiquant un effet de refroidissement lié au changement de phase liquide-vapeur. Pour un substrat très bon conducteur de chaleur ($k_s = 237 \text{ W/m.K}$), la température minimale est localisée au sommet de la goutte, alors que la température maximale est autour de 25°C à la ligne de contact. Ainsi, le gradient de température est orienté positivement du sommet vers la ligne de contact, mais diminue avec la diminution de θ durant l'évaporation. Pour un substrat, considéré comme isolant thermique ($k_s = 0,25 \text{ W/m.K}$), la goutte est mieux refroidie puisqu'elle est moins alimentée en chaleur comparativement au cas précédent. Le gradient de température est toujours orienté vers la ligne triphasée aux angles de contact de 30° et 20° alors qu'il change de direction et devient négatif, orienté vers le sommet de la goutte, aux angles de contact de 10° et 3° . Dans ce cas, la température minimale est localisée très proche de la ligne de contact et les gradients de température augmentent avec la diminution de θ durant l'évaporation. Les mêmes constations sont relevées pour le cas d'un substrat de conductivité thermique égale à celle de l'air ($k_s = 0,025 \text{ W/m.K}$). Il faut noter, en plus, que la température minimale est exactement à la ligne de contact pour $\theta = 3^\circ$ et très proche de celle-ci pour $\theta = 10^\circ$.

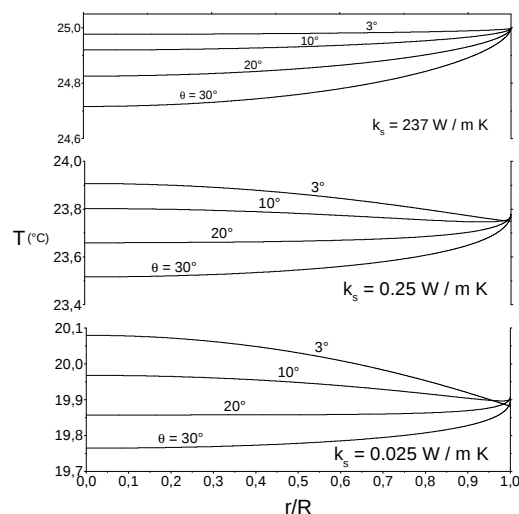


Figure 3 : Température à la surface de la goutte pour différents angles de contact et différentes conductivités thermiques du substrat

L'analyse des profils de température relativement aux trois cas de substrat permet de montrer que la diminution de k_s engendre une diminution des gradients de température positifs et une augmentation des gradients de température négatifs. Seulement, les différences de température entre le sommet et le bord de la goutte ne dépassent pas $0,3^\circ\text{C}$ pour les valeurs de θ considérées. Un gradient de température positif correspond à la situation où la surface de la goutte est alimentée thermiquement par la chaleur qui vient des phases solide et gaz. Un gradient de température négatif, retrouvé pour des substrats isolants et aux petits angles de contact ($\leq 10^\circ$), correspond à la situation où l'alimentation thermique est assurée aussi bien par la chaleur qui arrive du substrat et du gaz que celle qui arrive de la goutte elle-même en direction de la ligne de contact, là où il y a les plus grands échanges de chaleur et de masse.

La figure 4 représente des champs de vitesse (à gauche) et des champs de lignes de courant (à droite) relatifs à l'écoulement dans la goutte et proche de la ligne de contact pour le cas d'un substrat isolant ($k_s = 0,25 \text{ W / m K}$). L'écoulement thermo-capillaire est conditionné par l'effet de la variation de la tension superficielle en fonction de la température à l'interface liquide-gaz. Pour $\theta = 20^\circ$, le gradient de température positif induit une cellule d'écoulement dans le sens de rotation des aiguille d'une montre. Cette cellule occupe tout l'espace de l'axe au bord la goutte. Pour $\theta = 10^\circ$, le gradient de température négatif induit une cellule d'écoulement de sens opposé et occupant pratiquement tout l'espace, excepté le voisinage de la ligne de contact où subsiste une très petite cellule d'écoulement dans le sens de rotation des aiguille d'une montre. Cette cellule est alimentée par l'écoulement descendant le long de l'interface liquide-gaz de la cellule principale. Néanmoins, les vitesses diminuent d'une manière importante par rapport au cas $\theta = 20^\circ$. Elles deviennent plus grande à cause de l'augmentation du gradient de température à la surface de la goutte pour $\theta = 3^\circ$. Dans ce cas, l'écoulement est pratiquement radial près de la ligne de contact.

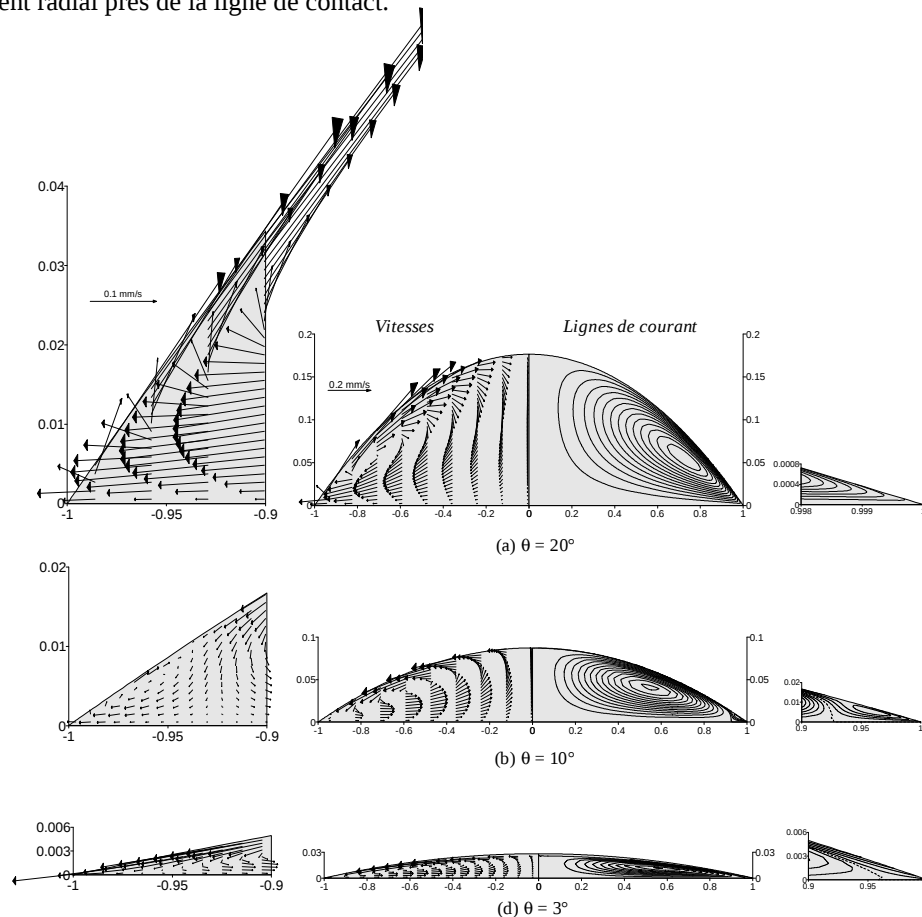


Figure 4 : Lignes de courant (à droite) et champs de vitesse (à gauche) pour différents angles de contact ($k_s = 0,25 \text{ W/m.K}$)

La figure 5 montre des champs dynamiques pour différentes conductivités thermiques du substrat ($\theta = 10^\circ$). En diminuant k_s de $0,25$ à $0,025 \text{ W / m K}$, les vitesses d'écoulement subissent une légère variation ; elles augmentent dans la cellule principale et diminuent dans la cellule au bord de la goutte. La cellule près de la ligne de contact devient très petite et tend à disparaître. En augmentant k_s de $0,25$ à 237 W/m.K , l'écoulement dans la goutte devient important et forme une seule cellule de rotation selon les aiguilles d'une montre à cause du gradient de température positif à l'interface liquide-gaz. Ainsi, différents types d'écoulement thermo-capillaire

sont retrouvés en fonction des paramètres k_s et θ . La différence réside dans l'importance de l'écoulement et sa direction. Pour des substrats très bons conducteurs de chaleur, l'écoulement s'effectue dans une cellule de rotation selon les aiguilles d'une montre. Pour des substrats isolants, cet écoulement demeure au bord de la goutte, mais tout particulièrement aux petits angles de contact ($\leq 10^\circ$). Dans ce cas apparaît une autre cellule d'écoulement inversée occupant pratiquement tout le domaine et alimentant la cellule au bord de la goutte.

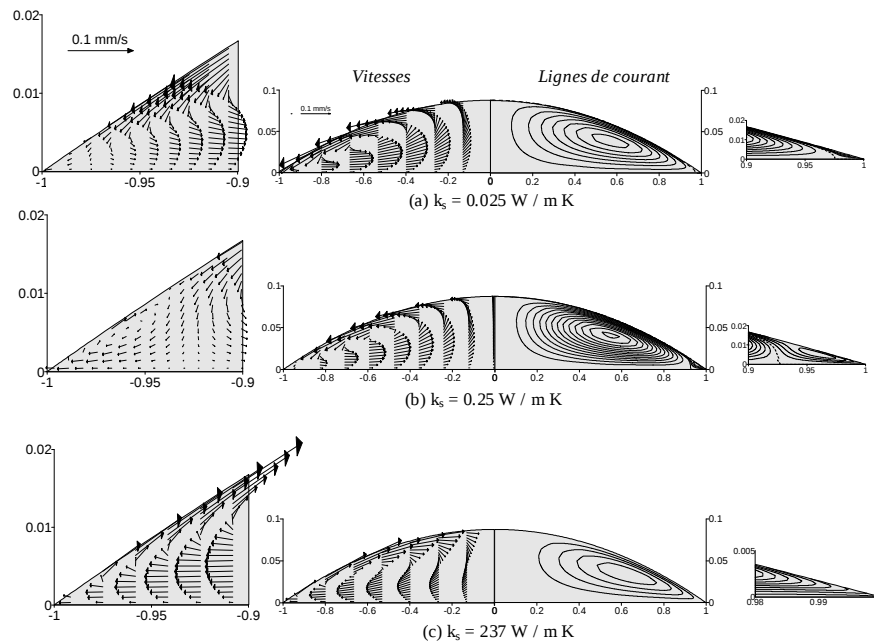


Figure 5 : Lignes de courant (à droite) et champs de vitesse (à gauche) pour différentes conductivités thermiques du substrat ($\theta = 10^\circ$).

Conclusion

Un modèle de convection-diffusion en régime quasi-stationnaire est développé pour étudier numériquement l'écoulement thermo-capillaire dans une goutte d'eau sessile en évaporation sur un support solide. Les résultats obtenus ont montré que pour un substrat d'une grande conductivité thermique, l'écoulement en forme d'une cellule est orienté selon la rotation des aiguilles d'une montre. Pour des substrats isolants, cet écoulement demeure au bord de la goutte lorsque l'angle de contact est inférieur à 10° . Dans ce cas apparaît une autre cellule d'écoulement inversé occupant pratiquement tout le domaine et alimentant la cellule au bord de la goutte.

Nomenclature

C	concentration, kg/m^3	T	température, $^\circ C$
J	densité du flux d'évaporation, $kg/m^2 s$	u, v	composantes de vitesse
k	conductivité thermique, $W/m^\circ C$	Symboles Grecs	
R	rayon de contact, m	θ	angle de contact, rd

Références

- [1] S. David, K. Sefiane, L. Tadrist, Experimental investigation of the effect of thermal properties of the substrate in the wetting and evaporating of sessile drops, *Colloids surf. A* 298, 108-114, 2007.
- [2] G. Dunn, S.K. Wilson, B.R. Duffy, S. David, K. Sefiane, The strong influence of substrate conductivity on droplet evaporation, *J. Fluid Mech.* 623, 329-351, 2009.
- [3] M. Ait Saada, S. Chikh, L. Tadrist, Evaporation of a sessile drop with pinned or receding contact line on a substrate with different thermophysical properties, *Int. J. Heat Mass Transfer* 58, 197-208, (2013).
- [4] W.D. Ristenpart W. D., P.G. Kim, C. Domingues, J. Wan and H.A. Stone, Influence of substrate conductivity on circulation reversal in evaporating drops, *Phys. Rev. Lett.* 99, 234502, 2007.
- [5] X. Xu, J. Luo, and D. Guo, Criterion for reversal of thermal Marangoni flow in drying drops, *Langmuir* 26, 1918, 2009.
- [6] H. Hu and R. G. Larson, Analysis of the effects of Marangoni stresses on the microflow in an evaporating sessile droplet, *Langmuir* 21, 3972, 2005.
- [7] V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow, *McGrawHill, Hemisphere, W, D.C.*, 1980.