

Etude numerique de la convection naturelle dans une cavité à extrémités ouvertes formée par deux entre deux plaques horizontales

Fouad BAGHDADI, Hassan CHEHOUANI

Faculté des Sciences et Techniques, LP2M2E, BP 549 Université Cadi ayyad, Gueliz Marrakech, Maroc
fouad.baghdadi@gmail.com, chehouani@hotmail.fr

Résumé: L'objectif de ce travail est d'étudier numériquement la convection naturelle dans une cavité à extrémités ouvertes. La paroi supérieure est adiabatique et la paroi inférieure est chauffée et maintenue à une température constante. Les équations de transfert adimensionnelles exprimées en termes de vorticités et de fonction de courant, ont été résolues par la méthode des volumes finis. Les simulations sont effectuées dans un domaine de calcul étendu avec une attention particulière sur les conditions aux limites imposées sur les frontières fictives du domaine. Les résultats sont présentés sous forme de champ dynamique et thermique dans la cavité ouverte et le transfert de chaleur est déterminé en analysant la variation du nombre de Nusselt local et moyen en fonction de du nombre de Rayleigh.

Mots clés:

Convection laminaire; cavité ouverte; domaine de calcul étendu; conditions aux limites ; nombre de Nusselt ; isothermes.

1. Introduction

La convection naturelle dans les cavités ouvertes a été intensivement étudiée dans la littérature en raison de sa pertinence dans plusieurs domaines scientifiques et technologiques. Un problème intéressant, connu sous le nom "open-ended cavity" [1], est le transfert de chaleur dans une cavité composée de deux parois horizontales avec des extrémités ouvertes. La convection naturelle dans cette géométrie a une importance fondamentale, Ceci est dû d'une part, au nombre de géométrie complexe qui peut être construite à partir de cette configuration de base [2]. D'autre part, aux multiples applications technologiques qui s'y réfèrent. Nous citons, par exemple: le refroidissement des composants électroniques, dépôt chimique en phase vapeur, cellules solaire.

L'écoulement et le transfert de chaleur sont soumis à l'influence de nombreux paramètres tels que le rapport de forme, l'angle d'inclinaison, conditions aux limites thermiques des parois, différence de température entre parois et milieu environnant etc. Du fait de ce grand nombre de paramètres, plusieurs études théoriques et expérimentales ont été menées pour analyser leur influence sur le transfert thermique et comprendre les écoulements mis en œuvre et prévoir leur comportement au sein de cette cavité [2-8]. En générale, deux types des conditions aux limites thermiques sont employées, un chauffage symétrique ou asymétrique des parois horizontales à température [2-4] ou à flux imposé [6-7]. L'analyse de la convection naturelle dans les cavités ouvertes montre, que la principale difficulté réside dans la détermination des conditions aux limites au niveau des extrémités ouvertes par rapport à la convection forcée et mixte.

L'objectif de notre travail est d'approfondir les connaissances sur les phénomènes de convection naturelle laminaire dans une cavité à extrémités ouvertes chauffée par le bas. Une des rares études sur ce sujet a été rapportée dans la référence [9]. Nous présentons d'abord la description du modèle physique ainsi que les équations de conservation qui régissent le problème. L'accent est mis sur l'influence du Nombre de Rayleigh sur la dynamique de l'écoulement et la distribution de la température. Le taux de transfert de chaleur est déterminé en calculant les nombres de Nusselt locaux et moyen pour des différentes valeurs du nombre de Rayleigh.

2. Modèle physique et formulation mathématique

2.1. Le modèle physique

La configuration qui a suscité notre intérêt et le domaine de calcul sont présentés sur la figure 1. La cavité est formée de deux plaques parallèles horizontales. La paroi supérieure est adiabatique et la paroi inférieure est chauffée et maintenue à une température uniforme T_w . La distance entre les deux plaques est H , leur longueur est L . les parties verticales des deux plaques sont supposées adiabatiques. La cavité est ouverte à

ses extrémités sur deux milieux semi infinis dans lesquels le fluide est au repos, est caractérisé par une température T_∞ .

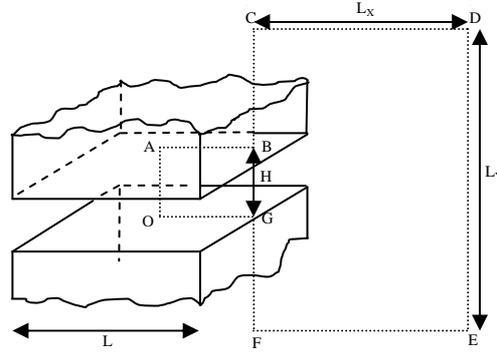


Figure 1 : Modèle physique et domaine de calcul

2.2. Le modèle mathématique

Le modèle mathématique est fondé sur la résolution en deux dimensions des équations de Navier Stokes et de l'énergie. L'écoulement d'air est supposé permanent laminaire et incompressible dont les propriétés thermo-physiques sont constantes, à l'exception de la masse volumique qui obéit à l'hypothèse de Boussinesq.

Les équations qui régissent les écoulements d'air au sein de la cavité avec les hypothèses précédentes s'expriment, en deux dimensions, sous forme adimensionnelle de la manière suivante:

$$U \frac{\partial \omega}{\partial X} + V \frac{\partial \omega}{\partial Y} = Pr \nabla^2 \omega - Pr Ra \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (1)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} = -\omega \quad (3)$$

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial Y} ; v = \frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (4)$$

Les trois paramètres adimensionnels qui en résultent des équations ci-dessus sont :

$$Ra = (g\beta\Delta TH^3) / \alpha\nu, Pr = \nu / \alpha, Ar = H / L. \quad (5)$$

Les équations de transport sont rendus adimensionnelles en introduisant les grandeurs de référence suivantes :

$$X = \frac{x}{H} \quad Y = \frac{y}{H} \quad U = \frac{u}{\alpha/H} \quad V = \frac{v}{\alpha/H} \quad \theta = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} \quad (6)$$

2.3. Conditions aux limites et domaine de calcul

Pour surmonter partiellement le problème du choix des conditions aux limites sur les ouvertures, on ferme le domaine par des surfaces fictives placées suffisamment loin de la section d'entrée [1,2], de manière à négliger leur influence sur le mouvement du fluide à l'intérieur de la cavité. Toutefois, cette approche fait apparaître d'autres difficultés qui sont, la taille du domaine de calcul (L_x, L_y) et les conditions appropriées sur ses frontières.

En outre, des conditions d'adhérence du fluide sur les parois internes de la cavité, s'ajoutent la condition de symétrie sur la médiane de la cavité par conséquent seulement la moitié du domaine de calcul est considérée.

Les conditions aux limites pour l'ensemble des équations sont présentées ci-dessous :

Tableau 1 : conditions aux limites du problème

Surfaces	ψ	θ	ω
AB	0	0	0
BC et FG	0	$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$	0
CD	$\frac{\partial \psi}{\partial Y} = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$	$\frac{\partial \omega}{\partial Y} = 0$
DE	$\frac{\partial \psi}{\partial X} = 0$	$\begin{cases} U \geq 0 \rightarrow \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \\ U < 0 \rightarrow \theta = 0 \end{cases}$	$\frac{\partial \omega}{\partial X} = 0$
EF	$\frac{\partial \psi}{\partial Y} = 0$	0	$\frac{\partial \omega}{\partial Y} = 0$
GK	0	1	0
OA	$\frac{\partial \psi}{\partial Y} = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$	0

Les équations avec les conditions aux limites sont résolues en utilisant la méthode des volumes finis. Une étude de dimension du domaine de calcul a été nécessaire pour vérifier que la taille n'avait pas d'incidence notable sur l'écoulement et le transfert de chaleur. Nous avons conclu que la taille $L_x=5L$, $L_y=7L$ est suffisante. Une étude analogue a également été réalisée pour déterminer le maillage optimal qui permet d'avoir un meilleur compromis (précision/temps de calcul). Ainsi le maillage régulier 201x101 est jugé suffisant pour modéliser avec précision les champs d'écoulements et de température dans la cavité.

1. Résultats et discussion

Pour mettre en évidence et analyser l'effet du nombre de Rayleigh sur l'écoulement et sur le transfert de chaleur de l'air ($Pr=0,71$) dans cette cavité. Les résultats sont présentés sous forme de graphes représentant les isothermes et les lignes de courant. Les variations des nombres de Nusselt locaux et moyen sont également représentées.

3.1. Structure de l'écoulement et isothermes

Les figures 2,3 illustrent les différentes structures de l'écoulement et les champs de températures correspondants, relatif au rapport de forme $Ar=0,5$. Nous avons fait varier le nombre de Rayleigh thermique entre 10^3 et 10^5 .

Dans tous les cas, L'écoulement d'air est caractérisé par deux cellules de recirculation localisées symétriquement par rapport à la médiane verticale de la cavité. En effet, l'air à la température ambiante entre dans la cavité symétriquement des deux parties inférieures des ouvertures. Au fur et à mesure que l'air frais pénètre à l'intérieure de la cavité, il se chauffe le long de la plaque inférieure, jusqu'à une certaine profondeur. Lorsque le fluide est suffisamment chauffé, un mouvement ascendant de l'air apparaît sous l'action de la poussée d'Archimède au voisinage de la partie centrale de la plaque inférieure, tend à atteindre la plaque supérieure où il change de direction. L'air s'écoule le long de la plaque supérieure adiabatique pour rejoindre les parties supérieures des ouvertures.

Pour les faibles valeurs du nombre de Rayleigh ($Ra=10^3$), La pénétration du fluide est partielle dans la cavité avec une légère distorsion des isothermes au niveau des ouvertures ce qui signifie que le transfert thermique est essentiellement régi par le mode de transfert de conduction. Par ailleurs, lorsque le nombre de Rayleigh devient plus important ($Ra= 10^5$) la pénétration d'air frais est plus prononcée. Cet effet se reflète sur Les isothermes par leur forte distorsion, indiquant ainsi des gradients de température plus importants. Le fluide plus fortement chauffé induit l'augmentation de l'intensité du mouvement ascendant vers la surface adiabatique tout en aspirant le fluide se trouvant à son voisinage (ses côtés). Ainsi, nous assistons à l'augmentation du débit du fluide froid qui pénètre à l'intérieur de la cavité par rapport au fluide sortant, en occupant une partie plus grande. Ceci se traduit par l'apparition de zones où les lignes de courant sont serrées au niveau du cœur de la cavité et de la plaque supérieure. Le même constat pour les isothermes au niveau de la plaque inférieure donnant naissance à une couche limite thermique.

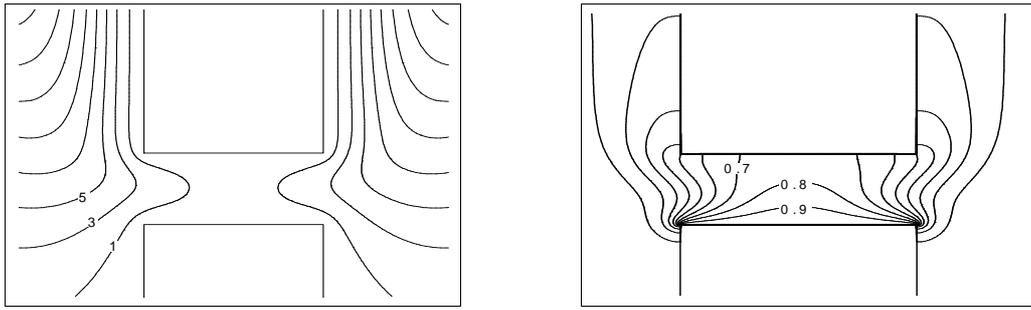


Figure 2 : Lignes de courants et isothermes pour $A=0.5$ à $Ra=10^3$ ($Nu=0,787$, $\psi_{\min}=0$ et $\psi_{\max}= 2,57$).

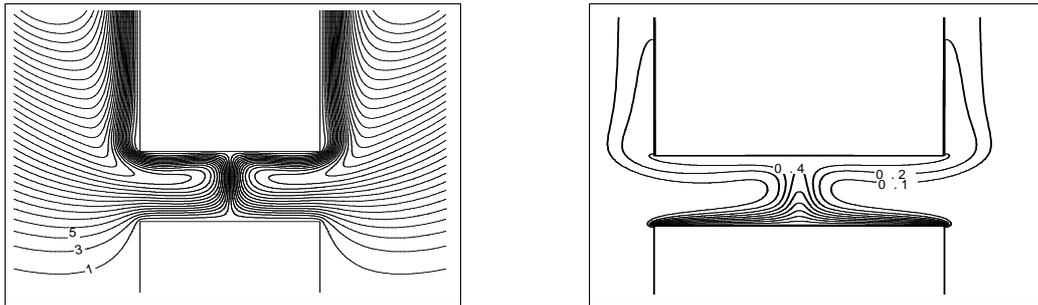


Figure 3 : Lignes de courants et isothermes pour $A=0.5$ à $Ra=10^5$ ($Nu=2,984$, $\psi_{\min} = 0$ et $\psi_{\max}= 2,66$).

3.2. Transfert de chaleur

La figure 4 nous permet de voir la répartition du nombre de Nusselt local et moyen le long de la plaque inférieure chaude. L'allure de la variation du nombre de Nusselt local est similaire pour les différentes valeurs de Ra . Les valeurs maximales du nombre de Nusselt locale sont observées aux niveaux des bords de la plaque inférieure. En effet, le nombre de Nusselt local augmente du centre ($X=0$) vers les bords de la cavité ($X=1$). Ceci est dû à la diminution du gradient de température depuis les ouvertures vers le centre. L'augmentation du nombre de Rayleigh entraîne aussi l'augmentation du nombre de Nusselt moyen, ceci s'explique par le volume d'air frais aspiré qui en résulte.

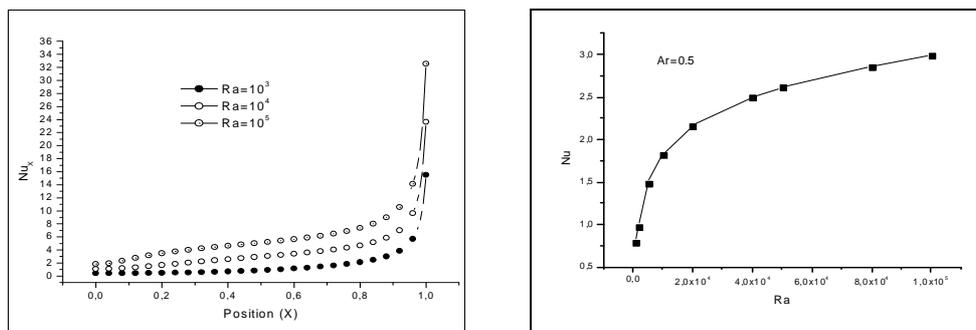


Figure 4 : Variation de Nusselt local et moyen le long de la paroi chaude en fonction de nombre de Rayleigh.

Conclusion

Dans cette étude, nous avons étudié numériquement l'influence du nombre de Rayleigh sur le transfert de chaleur et l'écoulement d'air dans une cavité à extrémités ouvertes et de rapport de forme $Ar = 0,5$. Les présents résultats montrent que la structure de l'écoulement ainsi que les caractéristiques du transfert thermique sont fortement affectées par la variation des Nombres de Rayleigh. Les résultats obtenus montrent que l'augmentation du nombre de Rayleigh entraîne une augmentation du nombre de Nusselt moyen et du débit d'air froid aspiré.

Nomenclature

Ar	Rapport de forme	T_{∞}	Température ambiante, K
g	accélération due à la gravité, $m.s^{-2}$	u, v	Composantes vitesse m/s
H	distance entre plaques, m	U, V	Composantes vitesse adimensionnelle
L	Longueur de la cavité, m	Symboles grecs	
L_x	Longueur du domaine, adimensionnelle	α	diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$
L_y	hauteur du domaine, adimensionnelle	β	volume expansion coefficient, K^{-1}
Nu_x	Nombre de Nusselt local	θ	Température adimensionnelle, Eq.(6)
Nu	Nombre de Nusselt moyen	μ	viscosité dynamique, $kg.m^{-1}.s^{-1}$
Pr	Nombre de Prandtl, Eq.(5)	ρ	densité, $kg.m^{-3}$
x, y	Coordonnées cartésiennes, m	ψ	fonction de courant, adimensionnelle, Eq.(3)
X, Y	Coordonnées adimensionnelle	ω	Vorticité, adimensionnelles, Eq.(4)
Ra	Nombre de Rayleigh, Eq.(5)	Exposant, indices	
T	Température, K	max	maximum
T_w	Température de la plaque chauffée	min	minimum

Références

- [1] S.K.S. Boetcher, E.M. Sparrow, Buoyancy-induced flow in an open-ended cavity: assessment of a similarity solution and of numerical simulation models, *Inter. J. Heat and Mass Transfer* 52 (2009) 3850-3856.
- [2] K. Vafai and J. Etefagh, Thermal and fluid flow instabilities in buoyancy-driven flows in open-ended cavities, *Inter. J. Heat and Mass Transfer* 33(1990) 2329-2344.
- [3] K. Vafai and J. Etefagh, The effect of sharp corners on buoyancy-driven flows with particular emphasis on outer boundaries, *Inter. J. Heat and Mass Transfer* 33(1990) 2311-2328.
- [4] K. Khanafer, K. Vafai, Effective boundary conditions for buoyancy-driven flows and heat transfer in fully open-ended two-dimensional enclosures, *Int. J. Heat Mass Transfer* 45 (2002) 2527-2538.
- [5] T. Icoz, Y. Jaluria, Numerical simulation of boundary conditions and the onset of instability in natural convection due to protruding thermal sources in an open rectangular channel, *Numer. Heat Transfer A* (2005) 831-847.
- [6] A. Andreozzi and O. Manca, Numerical investigation on steady-state natural convection between convection in a horizontal open-ended cavity with a heated upper wall *Numer. Heat Transfer A* 57 (2010) 453-472.
- [7] A. Andreozzi, Y. Jaluria, and O. Manca, Numerical investigation on transient natural convection in a horizontal channel heated from upper Wall, *Numer. Heat Transfer A* 51(2007) 815-842.
- [8]. O. Manca and S. Nardini, Experimental investigation on natural convection in horizontal channels with the upper wall at uniform heat flux, *Inter. J. Heat and Mass Transfer* 50 (2006) 1075-1086,.
- [9] O. Turgut and N. Onur, An experimental and three-dimensional numerical study of natural convection heat transfer between two horizontal parallel plates, *Inter. Comm. Heat and Mass Transfer* 34.5(2007) 521-652.