

## Etude Numérique De L'effet De Compressibilité Sur Le Développement Dynamique Et Le Mélange Scalaire Dans Des Jets Coaxiaux

Riadh OUZANI, Mohamed SI-AMEUR

LESEI Laboratory, Department of Mechanics, University of Batna, Algeria, University of Batna, Algeria

Fax: (213).33.81.24.80

E-mail: ouzani.riad@yahoo.com

E-mail: msiamour@yahoo.fr

**Résumé :** Dans ce travail, on se propose d'étudier numériquement l'effet de la compressibilité sur le développement dynamique et le mélange scalaire dans des jets coaxiaux. Les équations complètes de Navier-stocks écrites sous forme conservative sont résolues. La méthode numérique est basée sur le schéma de Godunov d'ordre quatre associé au solveur de Riemann. Les résultats obtenus reproduisent correctement du moins qualitativement la topologie de l'écoulement et les statistiques (profils moyens de la vitesse, fraction de mélange, intensité turbulente dynamique et scalaire) comparativement à ceux des travaux expérimentaux. Sur la base de la visualisation des champs instantanés, et les statistiques ainsi que les animations obtenues, on observe que les structures turbulentes sont fortement affectées dans le cas où le jet annulaire est supersonique. En effet, les tourbillons s'aplatissent et leur surfaces ont nettement rétréci. Les interactions entre tourbillons par enroulement et appariement est quasi-invisible. Le mélange est altéré ainsi que l'épaississement de la largeur du jet par rapport au cas subsonique.

**Mots clés :** écoulement cisailé, mélange, jets coaxiaux, schéma PPM.

### 1. Introduction

Un jet coaxial est un « double jet » composé d'un jet rond simple de vitesse initiale  $U_1$  et de diamètre initial  $D_1$  qui est entouré d'un jet annulaire de vitesse initiale  $U_2$  et de diamètre initial  $D_2$ . Les indices 1 et 2 sont respectivement relatifs aux jets primaire et secondaire voir figure 1. On définit  $r_u = U_1/U_2$  le rapport des vitesses du jet primaire et secondaire.

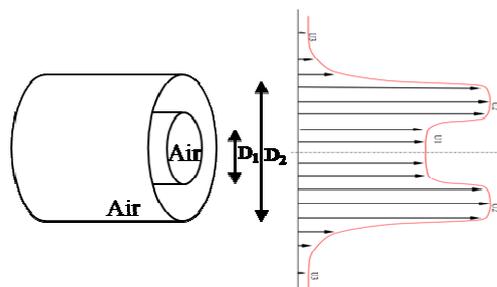


Figure 1 : Schématisation d'un jet coaxial  $U_1$  est la vitesse du jet intérieur sortant de la buse (diamètre  $D_1$ ).  $U_2$  est la vitesse du jet extérieur.

Les jets coaxiaux interviennent dans plusieurs applications industrielles et dans différentes chambres de combustions. Cette configuration d'écoulement a été étudiée en raison de ses importants avantages. En effet, les systèmes industriels impliquant ces types de jets coaxiaux sont soumis à des contraintes de plus en plus importantes, tant sur le plan économique (réduction des coûts, amélioration des performances,...) que sur le plan environnemental (réduction des émissions de polluants, des émissions sonores, ..). L'ensemble de ces considérations motive de nombreux travaux de recherche liés à ce type d'écoulement [1][2][3][4]. La conception des systèmes industriels requiert alors une connaissance approfondie des instabilités qui subsistent, de manière à créer un niveau de turbulence permettant au mélange de s'effectuer sur une distance raisonnable. En effet, la compréhension, la modélisation et éventuellement le contrôle de ces phénomènes physiques permettent non seulement l'amélioration des systèmes actuels mais aussi le développement de nouvelles technologies.

Les expériences numériques [5] montrent que la longueur du cône potentiel extérieur  $L_{p2}$  n'est pas influencée par la valeur du rapport de vitesse où  $r_u$  où  $L_{p2} \approx 0.7$ , par contre la longueur  $L_{p1}$  diminue fortement lorsque  $r_u$  augmente. ils ont montrés également que  $R_{p2}$  est fortement influencé par  $r_u$ , ce qu'est déjà été observé expérimentalement par Rehab [6]. Ces mêmes auteurs ont mis en évidence les mécanismes d'apparition de la bulle de recirculation ainsi que le comportement de cette bulle. [1][2] Montrant que les structures cohérentes de l'écoulement contrôlent le processus de mélange, et les tourbillons longitudinaux augmentent le mélange par un phénomène d'éjection du traceur en périphérie du jet.

## 2. Les équations gouvernant et Méthode numérique

Afin d'étudier le développement spatial du mélange de jets coaxiaux air-air, Les équations de Navier-Stokes d'un mélange de gaz parfait, compressible et non réactif sont résolus.

Les équations de Navier-stokes adimensionnées et sous forme conservative d'un mélange gazeux s'écrivent :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(U)}{\partial x} + \frac{\partial G(U)}{\partial y} = S(U) \quad (2.1)$$

Où :

$$F(U) = \begin{Bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (\rho e + p)u \\ \rho Y_i u \end{Bmatrix}, \quad G(U) = \begin{Bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (\rho e + p)v \\ \rho Y_i v \end{Bmatrix}, \quad (2.2)$$

$$S(U) = \begin{Bmatrix} 0 \\ \sum_{j=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\rho}{Re} \tau_{1j} \right) \\ \sum_{j=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\rho}{Re} \tau_{2j} \right) \\ \bar{\nabla} \cdot \left( \frac{c_p \rho}{pr \cdot Re} \bar{\nabla} T \right) + \bar{\nabla} \cdot \left( \frac{\rho}{Re} \bar{u} \cdot \bar{\tau} \right) + \sum_{i=1}^{n_s} \bar{\nabla} \cdot \left( e_i(T) \frac{\rho}{Sc_i \cdot Re} \bar{\nabla} Y_i \right) \\ \bar{\nabla} \cdot \left( \frac{\rho}{Sc_i \cdot Re} \bar{\nabla} Y_i \right) \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

$$\tau_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \sum_{k=1}^2 \frac{\partial u_k}{\partial x_k}$$

L'opérateur  $S(U)$  représente les termes visqueux, diffusifs, de conduction.  $U$  est le vecteur d'état des variables conservées et s'écrit :

$$U = \{\rho, \rho u, \rho v, \rho e, \rho Y_i\}^T \quad e = \frac{1}{2}(u^2 + v^2) + \bar{C}_v T$$

$e$  est l'énergie totale de l'écoulement  $\rho$  est la densité,  $(u_1, u_2)$  les deux composantes de vitesse,  $Y_i$  la fraction massique de l'espèce  $i$ .

La capacité calorifique moyenne par unité de masse est calculée à partir des caractéristiques de chaque constituant.

$$\bar{C}_v = \sum_{i=1}^{n_s} c_{vi} Y_i$$

La thermodynamique est prise en compte en considérant le mélange gazeux comme gaz parfait :

$$\frac{p}{\rho} = \frac{RT}{M}$$

Les opérateurs  $F(U), G(U)$  décrivent uniquement les termes de convection et de propagation et ne contiennent pas de dérivées spatiales. L'équation (2.1) est résolue par décomposition en deux problèmes unidimensionnels hyperboliques non-linéaires et un problème bidimensionnel parabolique non-linéaire. Les opérateurs de solution sont  $L_x, L_y$  et  $\psi$  respectivement.

$$L_x : \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(U)}{\partial x} = 0 \quad (2.4)$$

$$L_y : \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial G(U)}{\partial y} = 0 \quad (2.5)$$

$$\psi : \frac{\partial U}{\partial t} = S(U) \quad (2.6)$$

Les équations (2.4), (2.5) sont résolues par un schéma de type Godunov d'ordre élevé appelée PPM (piecewise parabolic methode) [7], combiné à un solveur de Roe [8]. L'équation (2.6) est résolue par une discrétisation d'espace de type volume finis et un avancement dans le temps explicite pour les termes de diffusion de masse et de chaleur et de type de Runge-Kutta à stockage réduit pour les termes de diffusion de quantité de mouvement. La solution complète est calculée comme suit :

$$U^{n+2} = \psi^2 L_x L_y \psi L_y L_x \psi^2 U^n \quad (2.7)$$

Une étude paramétrique est menée ici par simulation numérique. En effet, plusieurs compilations ont été réalisées pour analyser l'effet de la compressibilité sur le développement des jets coaxiaux. Deux cas sont détaillés ci-dessous selon le [tableau 1](#). Elles ont été réalisées dans une grille comportant  $300 \times 300$  nœuds. Le domaine de calcul est d'une taille de  $80\delta_1 \times 60\delta_1$  lorsque le jet annulaire est subsonique et  $100\delta_1 \times 60\delta_1$  pour les jets annulaire supersonique

Tableau 1 : Description des différentes simulations.

Catégorie	Nombre de Mach du jet annulaire	Nombre de Mach du jet primaire	Nombre de Mach de l'ambient	Rapport de vitesse $\frac{U_2}{U_1}$	$R_1/\theta_{01} = R_1/\theta_{02}$
SGE_01	0.7	0.2	0.36	5	25
SGE_02	1.2	0.296	0.45	5	25

### 3. Résultats et discussions

#### 3.1. Premier cas « jet annulaire supersonique »

Sur la [figure 2-a](#)), on observe la présence de structures turbulente de type Kelvin-Helmholtz qui tournant dans les deux sens et s'apparient plus qu'on s'éloigne de l'amont. Les structures s'intensifient et se concentrent dans un noyau qui se gonfle au fur à mesure qu'on se rapproche de la limite aval. Ce phénomène est aussi visible nettement sur le champ de la fraction de mélange [figure 2-b](#)), on remarque aussi qu'au début du jet, le mélange est uniquement produit par diffusion moléculaire, puis les tourbillons s'intensifié favorisent le transfert de masse.

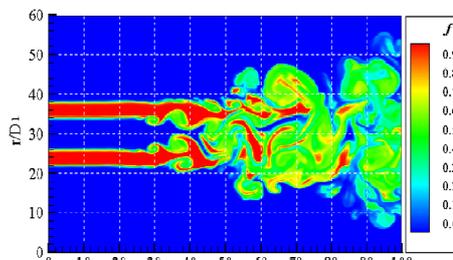
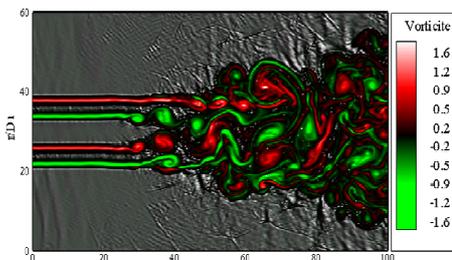


Figure 2 : a) Contours instantanées de la vorticité du jet. b) Contours instantanées de la fraction de mélange du jet.  $f$  varie de 0 (en bleu) à 1 (en rouge) suivant l'échelle de couleur montrée sur la figure.

Des paires de structures contra-rotatifs sont visibles rappelant le jet de Bickely. La phase préliminaire est nécessaire au développement des instabilités elle peut être prédite par la théorie linéaire de stabilité. Dans la zone turbulent, on note l'étirement des structures qui paraissent plus allongés et forment un noyau d'accumulation. Sur la [figure 3-a](#)), on présente les profils de vitesse moyenné  $\langle u \rangle$ , on constate que dans la zone linéaire les profils sont quasi-identiques ce qui montre qu'on a uniquement de la diffusion moléculaire de quantité de mouvement. Une fois qu'on se rapproche de la zone de transition, les profils s'épaississent avec diminution de la valeur maximale jusqu'à atteindre la valeur 0.64 en fin du domaine de calcul ou s'aperçoit de la formation d'un profil similaire à celui d'un jet classique incompressible.

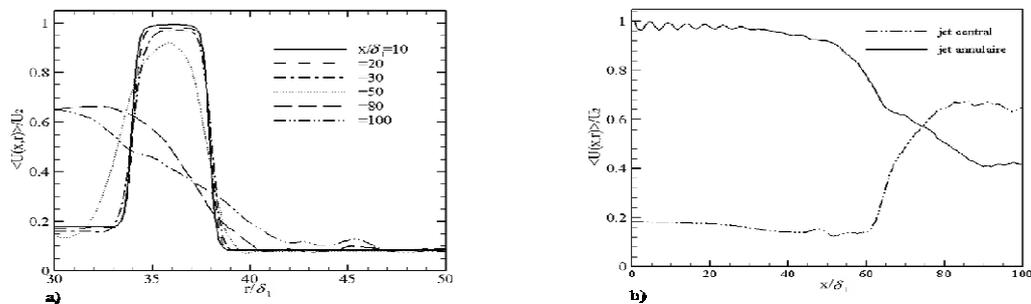


Figure 3 : a) Profils de la vitesse longitudinale moyenne en différentes sections du jet. b) Evolution longitudinale de la vitesse longitudinale moyenne.

Sur la [figure 3-b](#)), on remarque que dans la zone de transition, on a une forte activité aléatoire qui se traduit peu un transfert de quantité de mouvement turbulent du jet annulaire vers de jet centrale. En effet, la vitesse moyennée  $\langle u \rangle$  dans le jet centrale augmente jusqu'à la valeur 0.6 alors que celle du jet annulaire diminuée progressivement jusqu'à 0.6. L'effet du noyau est visible dans la zone turbulente empêchant l'égalité de vitesse entre les deux jets.

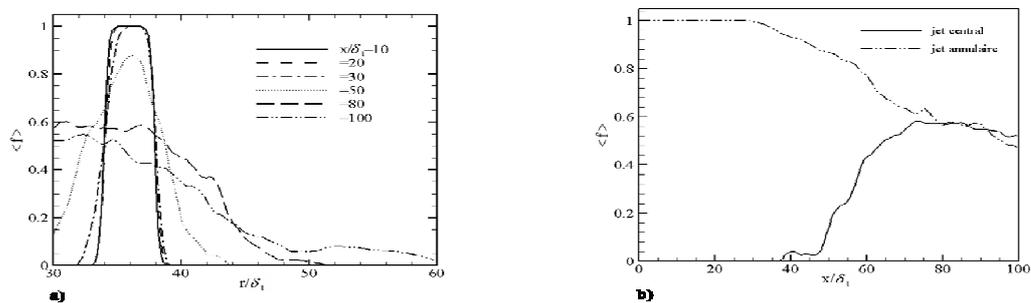


Figure 4 : a) Profils de la fraction de mélange moyenne en différentes sections. b) Evolution longitudinale de la fraction de mélange moyenne.

En examinant la [figure 4-b](#)), on constate une diffusion turbulente massique dans la zone de transition qui se traduit par une augmentation de la fraction de mélange dans le jet central, par contre dans le jet annulaire celle-ci décroît ceci montre que le jet annulaire envahit d'une manière drastique le jet central. Dans la zone turbulente et sur l'axe du jet, un mélange en équipartition est obtenu. La diffusion par les grandes structures de l'espèce du jet annulaire dans le jet central est nettement remarquable sur la [figure 4-a](#)), le mélange en équipartition est atteint sur un large intervalle.

La [figure 5-a](#)), montre que l'activité turbulente croit, dans le jet central et annulaire, d'une valeur nulle jusqu'à atteindre 20% - 30% dans la zone turbulente, ce qui largement admissible dans un écoulement cisailé turbulent. La moyenne temporelle est correctement reproduite dans ce travail. En effet, en visualisant le champ moyen on constate que l'écoulement est parfaitement lisse (aucune présence des structures turbulentes). En examinant la [figure 5-b](#)), on constate qu'on a une forte activité de mélange turbulent dans la zone de transition du jet annulaire par rapport à celle du jet central. La fluctuation de la fraction de mélange est de même niveau dans la zone turbulente pour les deux jets.

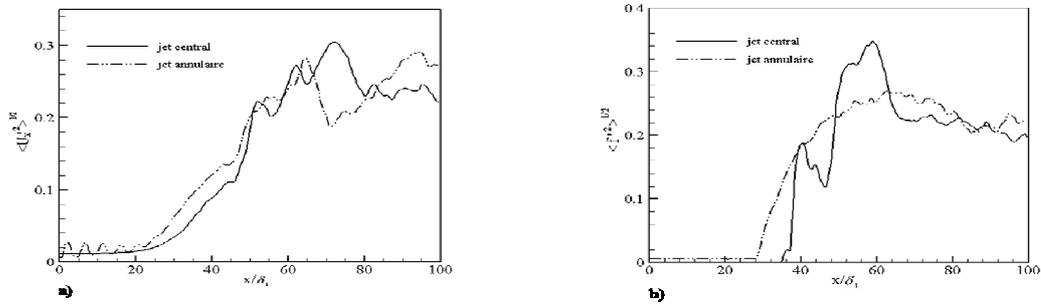


Figure 5 : Evolution suivant la direction longitudinale de : a) L'écart-type de la vitesse longitudinale. b) L'écart-type de fraction de mélange le long de la ligne centrale et la ligne annulaire.

### 3.2. Deuxième cas « jet annulaire subsonique »

En analysant le champ de vorticité [figure 6-a](#)), on constate que dans le cas subsonique les structures ont une forme plus arrondie, les interactions tourbillonnaires sont visibles. Le développement des instabilités est précoce et la transition est obtenu (à  $x = 20\delta_i$ ). La largeur du jet est nettement supérieure à celle du cas supersonique. On peut admettre que la compressibilité à tendance à réduire l'épaississement du jet et à aplatir les structures turbulentes. Sur la [figure 6-b](#)), on constate qu'on a une large activité de mélange particulièrement dans la zone turbulente.

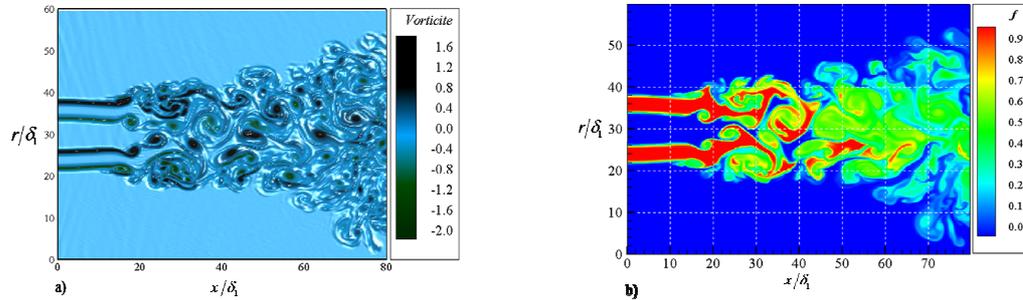


Figure 6 : Contours instantanées de la vorticité du jet. b) Contours instantanées de la fraction de mélange du jet.  $f$  varie de 0 (en bleu) à 1 (en rouge) suivant l'échelle de couleur montrée sur la figure.

Il est intéressant de noter dans ce cas subsonique la présence de tâche représentant une espèce non mélangé est inexistante comparativement au cas de jet incompressible.

Sur la [figure 7-a](#)), les mêmes constatations relevées sur la [figure 3-a](#)), sont obtenus. Cependant la diffusion de quantité de mouvement turbulente se fait progressivement par apport au cas supersonique. Sur la [figure 7-b](#)), on observe que l'effet du noyau est plus remarquable ce qui est entraine une disparité dans la vitesse moyenne du jet central et annulaire ( $max=0.6-min=0.3$ ).

En examinant le champ de la fraction de mélange [figure 7-c](#)), on constate que la zone de mélange s'opère de  $40\delta_i$  à  $30\delta_i$ , par contre dans le cas supersonique  $70\delta_i$  à  $100\delta_i$ . Le mélange est équilibré de  $f = 0.4 - 0.5$ .

Sur la [figure 8-a](#)), on constate que l'activité du mélange turbulent diminue d'une manière nette dans la zone turbulente  $[0.25 - 0.15]$  comparativement au cas supersonique, cela peut être du au noyau de gonflement qui piège. Le piégeage des structures dans le noyau décrit précédemment est observé par visualisation est aussi détecté dans le profil de l'intensité turbulente [figure 8-b](#)), En effet, l'intensité turbulente décroît dans ce noyau.

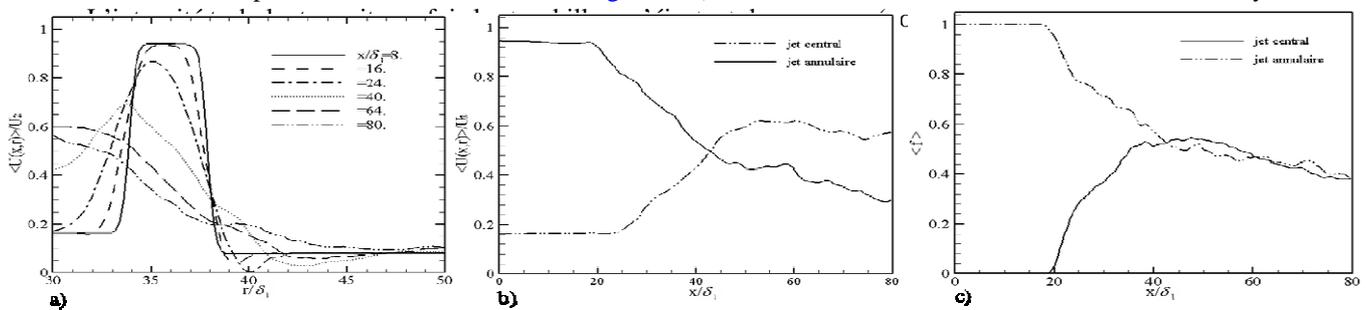


Figure 7 : Profils de la vitesse longitudinale moyenne en différentes sections du jet. Evolution longitudinale de la : b) vitesse longitudinale moyenne. c) fraction de mélange moyenne

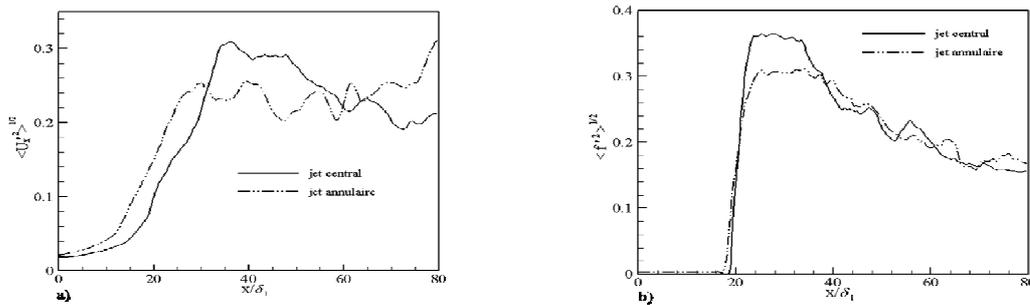


Figure 8 : Evolution suivant la direction longitudinale de : a) L'écart-type de la vitesse longitudinale. b) L'écart-type de fraction de mélange le long de la ligne centrale et la ligne annulaire.

## Conclusion

Ce travail avait pour objectif l'étude des effets de compressibilité sur les jets ronds coaxiaux turbulents compressibles, deux cas types sont détaillés regardant l'effet du nombre de Mach. La méthode numérique utilisée est basée sur le schéma de Godunov d'ordre quatre associé au solveur de Riemann.

Les structures turbulentes sont fortement affectées dans le cas où le jet annulaire est supersonique. On effet, les tourbillons s'aplatissent et leur surfaces ont nettement rétréci. Les interactions entre tourbillons par enroulement et appariement est quasi-invisible. Le mélange est altéré ainsi que l'épaississement de la largeur du jet par rapport au cas subsonique. Nous avons reproduit correctement du moins qualitativement la topologie de l'écoulement et les statistiques (profils moyens de la vitesse, fraction de mélange, intensité turbulente dynamique et scalaire) comparativement à ceux obtenus par Balarac et Si ameur [1], [2] en fluide incompressible, cette comparaison réconforte notre démarche et accorde un degré de confiance à nos résultats.

## References

- [1] G. Balarac et M. Si-Ameur et O. Métais, M. Lesieur, Direct numerical simulations of high velocity ratio coaxial jets, Mixing properties and upstream conditions influence, *Journal Of Turbulence*, Volume 8, N22, 2007.
- [2] G. Balarac et M. Si-Ameur et O. Métais, M. Lesieur, Large Eddy Simulation of Coaxial jets, Coherent structures and mixing properties, *Direct and Large-Eddy Simulation VI*, Volume 10, pages 277-284, 2006.
- [3] H. Rehab et E. Villermaux et E.J. Hopfinger, Flow regimes of large-velocity-ratio coaxial jets, *J. Fluid Mech.*, 345, pages 357-381, 1997.
- [4] E. Villermaux et H. Rehab, Mixing in coaxial jets, *J. Fluid Mech.*, 425, pages 161-185, 2000.
- [5] G. Balarac et O. Métais, The near field of coaxial jets: a numerical study, *Phys. Fluids*, 17 (2005), in press.
- [8] H. Rehab, Structure de l'écoulement et mélange dans le champ proche des jets coaxiaux, *PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble*, 1997.
- [7] P. Colella et P.R Woodward. The piecewise parabolic method (PPM) for gas dynamical simulations. *J.Comput.Phys.*54, pages174-201, 1984.
- [8] P.L. Roe, Approximate Riemann Solvers, parameter vectors and difference schemes. *J.Comput.Phys.* 43, pages 357-372, 1981.