



Étude numérique de la convection double diffusive d'un écoulement entre deux cylindres coaxiaux

Mourad Moderres^(a), Saïd Abboudi^(b), Abderrahmane Ghezal^(c)

^(a)Faculté d'hydrocarbure et de chimie, université de Boumerdès- Algérie-

^(b)UTBM, site de sévenans, Laboratoire IRTES-M3M, 90010 Belfort Cedex, France.

^(c)Faculté de Physique, USTHB, B.P.32, El-Alia, Bab-Ezzouar, Alger-Algérie-

mouradw002@gmail.com

said.abboudi@utbm.fr

abdghezal@yahoo.fr

Résumé : Dans ce travail, on étudie l'influence du rapport des forces de volume N sur le transfert de chaleur et de masse à l'intérieur d'un espace annulaire. La paroi du cylindre intérieur est maintenue à une température constante alors que la paroi externe est considérée adiabatique. Une concentration uniforme est imposée sur l'une des deux parois de l'espace annulaire. Un schéma aux différences implicite est utilisé pour résoudre le problème physique étudié. Les résultats montrent que pour des valeurs modérées du rapport des forces de volume thermique et solutale $-10 \leq N \leq 1$, on observe un écoulement tourbillonnaire, où en plus de l'écoulement solutal localisé près de la paroi externe, on remarque la naissance de petits tourbillons convectifs sur la paroi interne occupant presque tout l'espace annulaire. Le gradient thermique imposé sur la paroi interne agit donc comme un déstabilisant de l'écoulement, alors que le gradient de concentration est stabilisant si $N > 0$ et déstabilisant si $N < 0$. L'intensité de l'écoulement et le transfert de chaleur et de l'espèce résultants, dépendent donc fortement du nombre N .

Mots clés : Transfert de chaleur et de masse, espace annulaire, forces de volume, différences finies, double diffusion.

1. Introduction

Au cours de ces dernières années, un intérêt considérable a été porté à la convection thermosolutale qui est dû principalement à sa présence dans plusieurs applications industrielles telles que: le refroidissement des rotors des moteurs électriques, séparation des mélanges gaz-solide, gaz-liquide, liquide-liquide, le stockage des déchets nucléaires etc.... Les procédés de transport dans les écoulements double-diffusifs sont basés sur l'orientation des gradients de température et de concentration, qui peut être à l'origine de divers modes de convection, Ostrach [1]. La plupart des études proposées dans la littérature a porté principalement sur la convection naturelle double-diffusive en cavité rectangulaire. Les recherches liées à la convection double diffusive dans un espace annulaire sont relativement moins nombreuses. Une étude numérique de Ship & al [2], sur la convection naturelle double diffusive en régime laminaire dans un espace annulaire vertical confiné, a été faite pour des valeurs de température et de concentration constantes à travers les parois verticales ; leurs résultats montrent que le rapport des forces de volume apparait comme étant le paramètre principal définissant la structure de l'écoulement. Plus tard, Lee et al [3], ont étudié l'effet de la rotation dans la convection double diffusive pour un fluide stratifié dans un espace annulaire. Sung et al [4], ont étudié une configuration d'un espace annulaire horizontal rotatif où le gradient de la température est imposé horizontalement tandis que le gradient solutal est appliqué dans la direction vertical.

Le présent travail est consacré à une modélisation numérique du transfert de chaleur et de masse lors de l'écoulement axial laminaire d'un fluide newtonien incompressible dans un espace annulaire rotatif, Figure1.

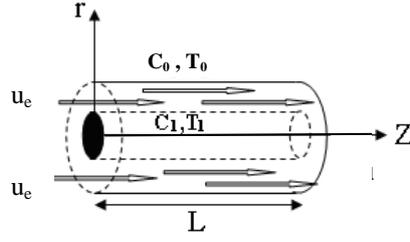


Figure 1. Schéma du problème physique étudié.

2. Equations mathématiques

Hypothèses simplificatrices :

Dans cette étude, nous avons utilisé les hypothèses suivantes :

- Fluide Newtonien et incompressible
- Ecoulement laminaire et axisymétrique
- Vitesse, température et concentration uniformes à l'entrée de l'espace annulaire
- Influence du rayonnement négligeable.
- Pas de source de chaleur et de masse.
- Effets de Soret et de Dufour négligeables.
- Fluide satisfaisant l'hypothèse de Boussinesq.

Dans ces conditions, les équations de conservation de la masse, de l'énergie et de quantité de mouvement sont présentées ci-dessous sous forme adimensionnelle en utilisant les variables adimensionnelles suivantes:

$$u^* = \frac{u}{u_e}; \quad v^* = \frac{v}{u_e}; \quad C^* = \frac{C - C_0}{C_1 - C_0}; \quad \Theta^* = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0};$$

$$r^* = \frac{r}{R_2}; \quad z^* = \frac{z}{R_2}; \quad t^* = \frac{tu_e}{R_2}; \quad \Pi^* = \frac{\Pi}{\rho u_e^2}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial \Pi}{\partial r} + \frac{1-\eta}{Re_a} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \frac{v}{r^2} \right) + \frac{Gr_T}{(1-\eta)Re_a^2} (\Theta + NC) \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial \Pi}{\partial z} + \frac{1-\eta}{Re_a} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + v \frac{\partial C}{\partial r} + u \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{1-\eta}{ScRe_a} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial r} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial r} + u \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1-\eta}{PrRe_a} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (4)$$

Sous cette forme, l'analyse de ce problème de convection double diffusive dans un espace annulaire dépend donc de cinq paramètres: le nombre de Grashof thermique $Gr_T = \frac{g\beta_T d^3 (T_1 - T_0)}{\gamma^2}$, le nombre de Grashof solutal $Gr_C = \frac{g\beta_C d^3 (C_1 - C_0)}{\gamma^2}$, le nombre de Reynolds $Re_a = \frac{u_e d}{\gamma}$, le nombre Schmidt $Sc = \frac{\gamma}{D}$ et enfin le nombre de Prandtl $Pr = \frac{\gamma}{\alpha}$.

3. Conditions initiales et aux limites

3.1. Conditions initiales : $t=0$

$$u=v=P=C=\theta=0 \quad \eta < r < 1, 0 < z < L^*, \eta = R_1/R_2, L^* = L/R_2$$

3.2. Conditions aux limites : $t>0$

- Dynamiques :

$$\begin{aligned} u = v = 0 & \quad r = \eta, 0 < z < L^* \\ u = v = 0 & \quad r = 1, 0 < z < L^* \\ u = 1, v = 0 & \quad \eta < r < 1, z = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial r} = 0, \frac{\partial v}{\partial r} = 0 & \quad \eta < r < 1, z = L \end{aligned}$$

- Thermiques :

$$\begin{aligned} \theta &= 1 & r = \eta, 0 < z < L^* \\ \theta &= 0 & r = 1, 0 < z < L^* \\ \theta &= 1 & \eta < r < 1, z = 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial r} &= 0 & \eta < r < 1, z = L \end{aligned}$$

- Solutales :

$$\begin{aligned} C &= 0 & r = \eta, 0 < z < L^* \\ C &= 1 & r = 1, 0 < z < L^* \\ C &= 1 & \eta < r < 1, z = 0 \\ \frac{\partial C}{\partial r} &= 0 & \eta < r < 1, z = L \end{aligned}$$

4. Résolution numérique

La méthode aux différences finies basée sur un schéma semi implicite de type Crank-Nicholson a été retenue pour la résolution des équations décrites ci-dessus, R. Peyret [5], A. Ghezal et al [6].

Le domaine de calcul est divisé en cellules rectangulaires ($\Delta r = 1/48, \Delta z = 1/16$) utilisant le principe de Marker And Cell (MAC), comme indiqué sur la figure 2.

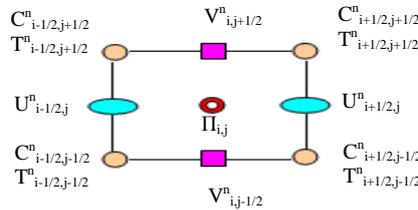


Figure 2. Cellule de M.A.C.

5. Résultats et discussions

Les résultats proposés ci-dessous montrent l'influence du rapport N sur les coefficients de transfert de chaleur et de masse représentés respectivement par les nombres de Nusselt Nu et Sherwood Sh .

5.1. Cas où les forces de volume sont opposées ($N < 0$)

La figure 3 montre l'effet du rapport des forces de volumes ($N = -20, -10, -8, -5, -2$ et -1) sur les lignes de courant, obtenu à l'instant $t = 10$, pour : $Re = 50, Ta = 100, Sc = 0.7, Pr = 0.7, \eta = 0.5$ et pour les valeurs élevées de $|N|$, correspondant au cas où l'écoulement solutal est dominant, on remarque l'absence totale de tourbillons, ce qu'indique que la présence de fortes forces solutales contribue à casser la structure tourbillonnaire de l'écoulement. Pour les valeurs modérées du nombre N , ($-10 \leq N \leq -1$), on observe en plus de l'écoulement solutal localisé près de la paroi externe, la naissance de petits tourbillons convectifs sur la paroi interne occupant presque tout l'espace annulaire pour la valeur $N = -1$. En ce qui concerne l'influence du rapport des forces de volume N sur le nombre de Sherwood (figure.4 -b-), on constate que ce dernier, comme pour le nombre de Nusselt, diminue au fur et à mesure que $|N|$ augmente.

5.2. Cas où les forces de volume sont coopérantes ($N > 0$).

La figure 5 indique que les tourbillons commencent à disparaître à partir de la valeur $N = +5$ pour laisser place à un écoulement presque identique à celui de Poiseuille pour les grandes valeurs de N ($N = 20$). Cela s'explique par le fait que la présence de fortes forces solutales fait diminuer l'effet de la vitesse de rotation et rend l'écoulement presque laminaire.

L'effet du rapport des forces de volume N sur les transferts de chaleur et de masse est illustré dans la figure 6 (a) et (b). On constate que les valeurs obtenues pour le nombre de Sherwood Sh deviennent de plus en plus importantes quand N diminue. Il est à noter que la décroissance du nombre de Sh en fonction de z pour différentes valeurs de N se fait d'une manière régulière contrairement au cas des valeurs négatives de N .

La variation du nombre de Nusselt (Nu), quant à elle indique des différents profils quasiment identiques, ce qui signifie que le transfert de chaleur est peu sensible au gradient de concentration et reste voisin de celui correspondant à la convection thermique ($N = 0$).

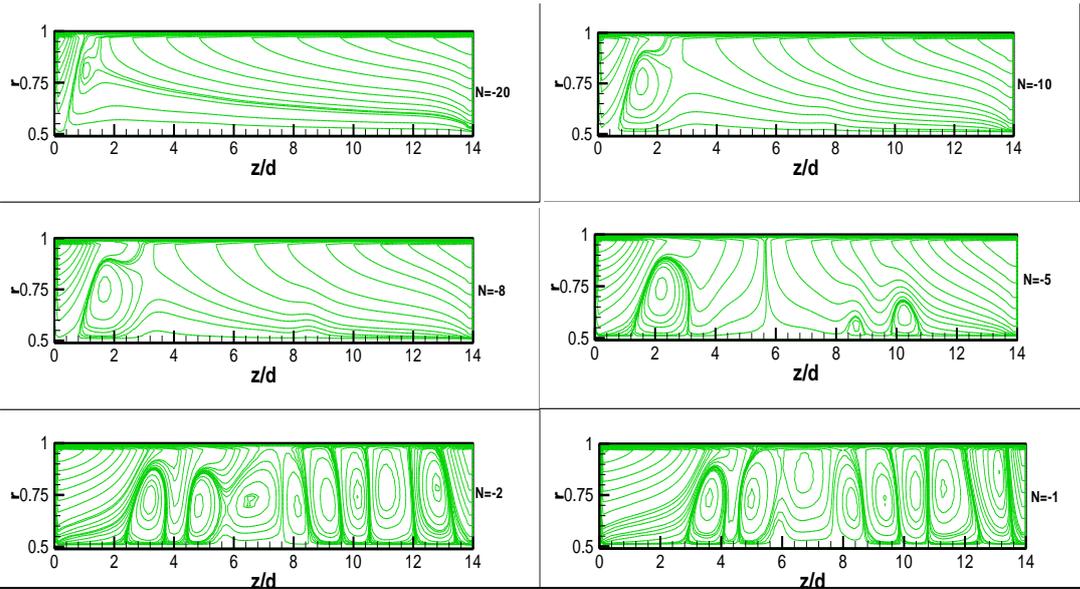


Figure 3. Influence du nombre de Taylor sur les lignes isothermes, $Re=50$, $Sc=0.7$, $Pr=0.7$

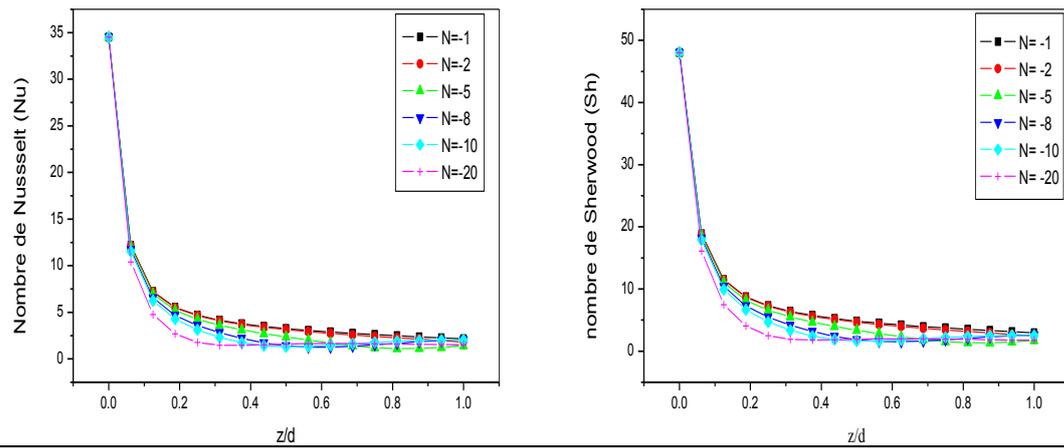


Figure 4. Influence du rapport N sur : (a) le nombre de Nusselt, (b) le nombre de Sherwood, $Ta=100$, $Sc=0.7$, $Pr=0.7$, $Gr_T=10^4$, $\eta=0.5$, $Re=50$ et $t=10$. (Cas opposé)

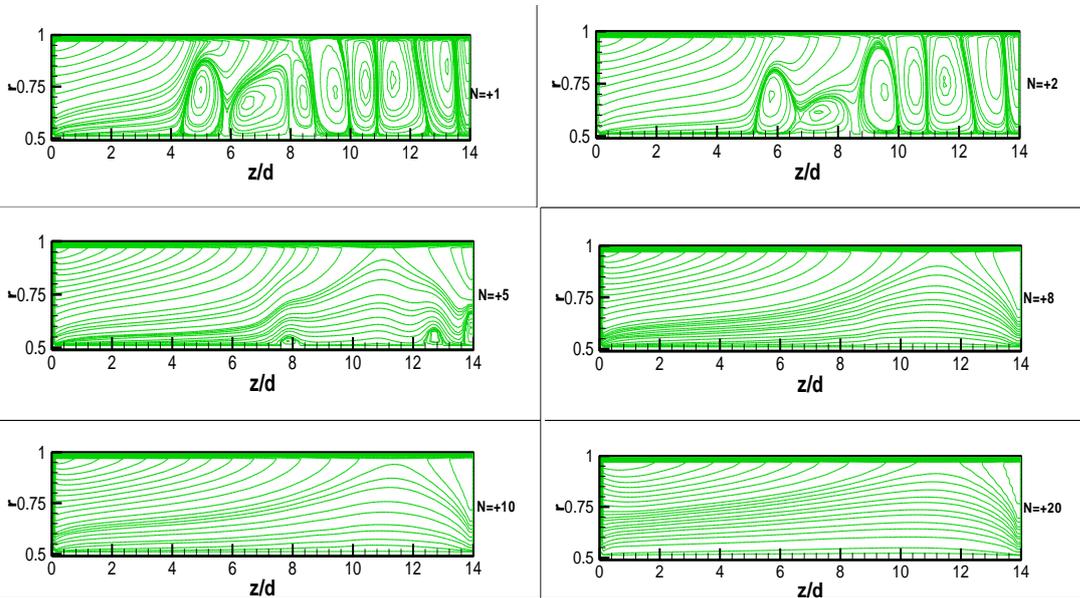


Figure 5. Influence du rapport des forces de volume N sur les lignes de courant, $Ta=100$, $Sc=0.7$,

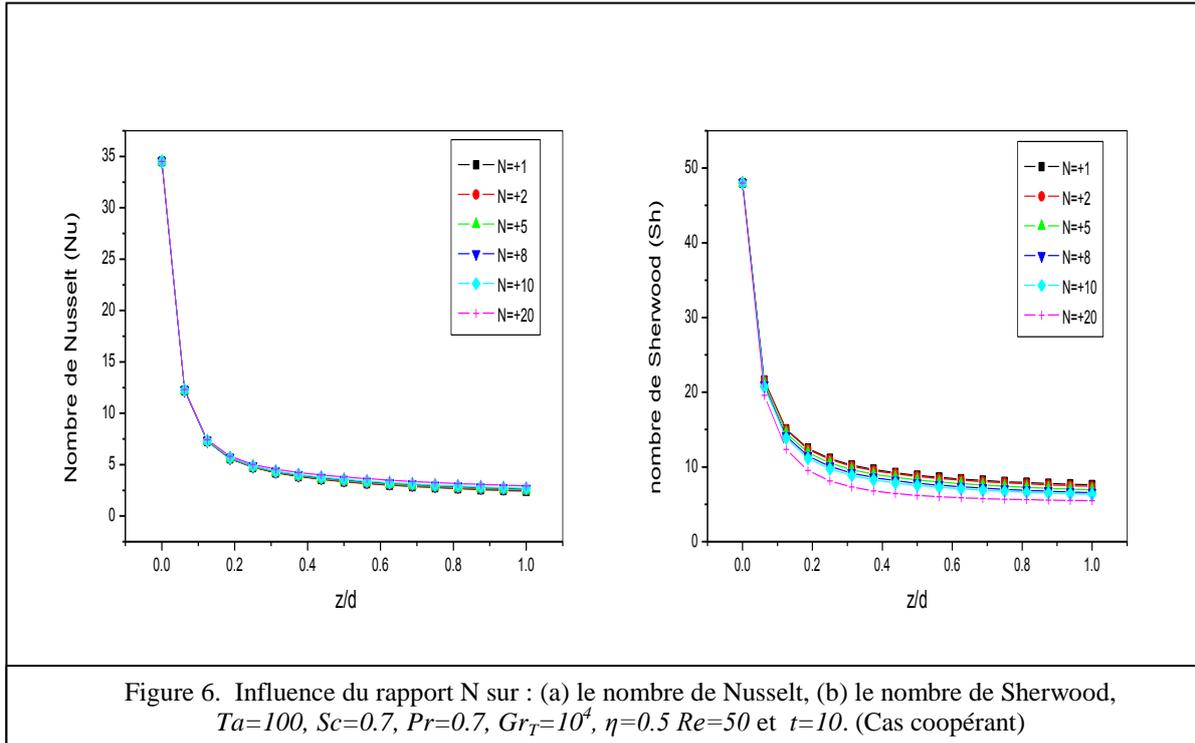


Figure 6. Influence du rapport N sur : (a) le nombre de Nusselt, (b) le nombre de Sherwood, $Ta=100$, $Sc=0.7$, $Pr=0.7$, $Gr_T=10^4$, $\eta=0.5$ $Re=50$ et $t=10$. (Cas coopérant)

6. CONCLUSION

Dans ce travail, nous avons présenté une étude numérique de la de convection forcée thermosolutale dans un espace annulaire entre deux cylindres coaxiaux horizontaux. Les résultats présentés ont montré l'effet du rapport des forces de volume N sur le comportement dynamique, thermique et massique de l'écoulement. Les deux cas des forces de volumes opposées ($N < 0$) et coopérantes ($N > 0$) ont été étudiées.

L'analyse des résultats montre que l'augmentation du rapport $|N|$, correspondant au cas où l'écoulement solutal est dominant et que l'absence totale de tourbillons indique la présence de forces solutales importantes. Les nombre de Sherwood et de Nusselt possèdent des valeurs de moins en moins grandes que $|N|$ augmente. Pour le cas favorable (coopérant) $N > 0$, les tourbillons commencent à disparaître à partir de la valeur $N=+5$ pour laisser place à un écoulement presque identique à celui de Poiseuille pour les grandes valeurs de $N > 20$. La décroissance du nombre de Sherwood le long de l'axe, pour différentes valeurs de N , se fait d'une manière régulière contrairement au cas défavorable $N < 0$. On a constaté également que le transfert de chaleur varie peu et reste voisin de celui correspondant à la convection thermique.

Nomenclature

- C : concentration adimensionnelle, $C = \frac{c-c_0}{c_1-c_0}$
- d : épaisseur de l'espace annulaire entre les deux cylindres ; $d = R_2 - R_1$
- D : coefficient de diffusion.
- g : accélération de la pesanteur.
- Gr_T : nombre de Grachof thermique, $Gr_T = \frac{g\beta_T d^3 (T_1 - T_0)}{\nu^2}$
- Gr_S : nombre de Grachof solutal, $Gr_S = \frac{g\beta_c d^3 (C_1 - C_0)}{\nu^2}$
- k : conductivité thermique
- N : rapport des forces de volume, $N = \frac{\beta_c \Delta C}{\beta_T \Delta T}$
- Nu : nombre de Nusselt
- P : pression
- Pr : nombre de Prandtl, γ/α
- r : coordonnée radiale.
- R_1 : rayon du cylindre intérieur.
- R_2 : rayon du cylindre extérieur.

Re : nombre de Reynolds, ud/γ
 Sc : nombre de Schmidt, ν/D
 Sh : nombre de Sherwood
 t : temps adimensionnel
 T : température
 v : vitesse radiale
 u : vitesse axiale
 r : coordonnée radiale adimensionnelle $= r/R_2$
 z : coordonnée axiale adimensionnelle $= Z/R_2$
 K : coefficient du transfert de matière.
 L : longueur de l'espace annulaire.
 η : rapport des rayons R_1/R_2

Symboles grecs

ρ : Masse volumique du fluide
 ν : viscosité cinématique du fluide
 Π : Perturbation de la pression

REFERENCES

- [1] S. Ostrach. Fluid mechanics in crystal growth—The 1982 Freeman Scholar Lecture, J. Fluids Engrg. pp 5–20. N 105 (1983).
- [2] P. Ship.W, Shoukri M, Carver M. B. Double-diffusive natural convection in a closed annulus, Numer. Heat Transfer: PP 339– 356. Part A 24 (1993).
- [3] J. Lee, Kang S.H, Son Y.S. Experimental study of double-diffusive convection in a rotating annulus with lateral rotating annulus with lateral heating, Numer. Heat Transfer: 467–489. Part A 38 (2000)
- [4] H. Sung.J, Cho W.K, Hyun J.M. Double-diffusive convection in a rotating annulus with horizontal temperature and vertical solutal gradients, Int. J. Heat Mass Transfer. pp 3773–3782.N36 (1993).
- [5] R. Peyret. Unsteady evolution of horizontal jet in a stratified fluid. J. Fluid mechanics, vol.78, part 1, pp.49-63 (1976).
- [6] A. Ghezal, B. Porterie, J.C. Loraud. Modélisation du transfert de chaleur, avec couplage conduction convection, entre un obstacle en mouvement hélicoïdal est un fluide visqueux en écoulement confiné. Int.J.Heat.Mass. Transfer.Jan. (1991).