



Nouvelle formulation de la loi de Byram

Omar Harrouz¹, Khadija Khelloufi¹, Yamina Baara¹, Ahmed Kaiss², Jean-Pierre Clerc² and Nouredine Zekri¹,

¹ Université des Sciences et Technologie d'Oran, LEPM, BP 1505 El Mnaouer Oran, Algérie

² Aix Marseille Université, CNRS, IUSTI UMR 7343, 13453 Marseille France

omar47203@hotmail.com, ph.khadij@hotmail.fr, ahmed.kaiss@polytech.univ-mrs.fr, jean-pierre.clerc@univ-amu.fr, nouredine.zekri@univ-usto.dz

Résumé : La loi proposée par Byram depuis un demi-siècle est largement utilisée aussi bien dans le domaine de la recherche que par les opérationnels. Elle permet d'estimer le flux de chaleur dégagé par un front de feu de forêt. Or cette formule n'est pas prédictive d'une part, et d'autre part, elle ne peut pas prédire le flux de chaleur lorsque le feu ne se propage pas par exemple. En outre, cette formule est valable dans le cas d'une propagation stationnaire. Dans ce travail, nous généralisons cette loi en tenant compte de la géométrie du front. Le flux de chaleur dégagé dépend de la concavité/convexité du front et de son rayon de courbure. Cette courbure introduit aussi une dépendance non-linéaire de la vitesse de propagation. Les résultats sont comparés à des simulations numériques utilisant le modèle de petit monde, pour des fronts linéaires et courbés. Des extensions du modèle faisant intervenir la vitesse du vent et la dimension fractale du front sont aussi proposées.

Mots clés : loi de Byram, transferts thermiques, front de feu.

1. Introduction

Des millions d'hectares de végétation sont détruits chaque année par les feux de forêt [1]. Les moyens à mettre en œuvre pour lutter contre les feux de forêt dépendent de leurs intensités qui sont divisées en plusieurs classes [2]. A la fin des années 50, Byram a proposé une loi empirique permettant d'estimer l'intensité d'un front de feu [3]. Cette loi est maintenant largement utilisée aussi bien par les scientifiques pour les expériences en laboratoire, que par les opérationnels du feu. Elle indique que l'intensité I du feu par mètre de front est reliée à la charge m du combustible (kg/m^2), sa chaleur de combustion ou enthalpie H (J/kg) et la vitesse v (m/s) de propagation par

$$I = m \times H \times v \quad (1)$$

Cette relation, valable pour une propagation stationnaire, présente deux inconvénients majeurs : d'une part elle n'est pas prédictive, car la vitesse de propagation ne peut être préalablement estimée, et d'autre part elle ne rend pas compte de l'hétérogénéité de la forêt (interface habitat forêt, autoroutes, zone non paysagées etc.). Pour une végétation hétérogène, la vitesse de propagation fluctue fortement d'une zone à l'autre du front et dépend fortement de la zone d'éclosion. Ceci accentue considérablement les incertitudes sur l'intensité estimée du feu qui peut passer d'une classe de risque à l'autre. En outre, la forme géométrique du front influe sur l'intensité du feu. Un front linéaire est « ressenti » par les opérationnels différemment d'un front courbé.

Une reformulation de (1) est donc nécessaire pour la rendre prédictive et tenir compte de tous les paramètres participant à la propagation. Dans ce travail, une nouvelle expression de l'intensité du front de feu est dérivée en utilisant des paramètres tenant compte de tous les aspects du front. L'intensité estimée par cette formule est comparée à celle donnée par des simulations de propagation, utilisant le modèle du réseau de Petit Monde [4] dans différentes conditions de vent et d'éclosion: ponctuelle (pour examiner l'effet de courbure), et ligne. Cette expression sera ensuite ré-exprimée en fonction de la vitesse du vent et des dimensions fractales du périmètre et de la surface du front de feu.

2. Dérivation de la formule de Byram

L'expression de (1) Byram découle de l'énergie délivrée par le front de feu par unité de longueur. Cette énergie dépend de la largeur du front et de son périmètre, ainsi que de la chaleur de combustion. L'idée dans cette communication est d'estimer l'énergie dégagée par le front à partir de ses images satellitaires, dont l'analyse de résolution (effet de taille) conduit à relier cette énergie à la dimension fractale de la zone en feu. Cela suppose que la résolution en temps des images soit suffisante pour déduire la vitesse de propagation du front nécessaire à l'estimation du flux. Les images disponibles actuellement n'ont pas une résolution en temps suffisante (il faudrait par exemple une fréquence des images de moins d'une minute et une résolution spatiale de 20m pour une vitesse moyenne du front de 0.3m/s). Le prix des images satellites étant élevé, l'utilisation des images aériennes (avions et drones) permettrait de résoudre ce problème. Quoique la formule que nous dérivons ici puisse être utilisée dans le cas général, elle sera validée dans des situations de propagation stationnaires, ce qui permet de s'affranchir de ce problème de résolution temporelle.

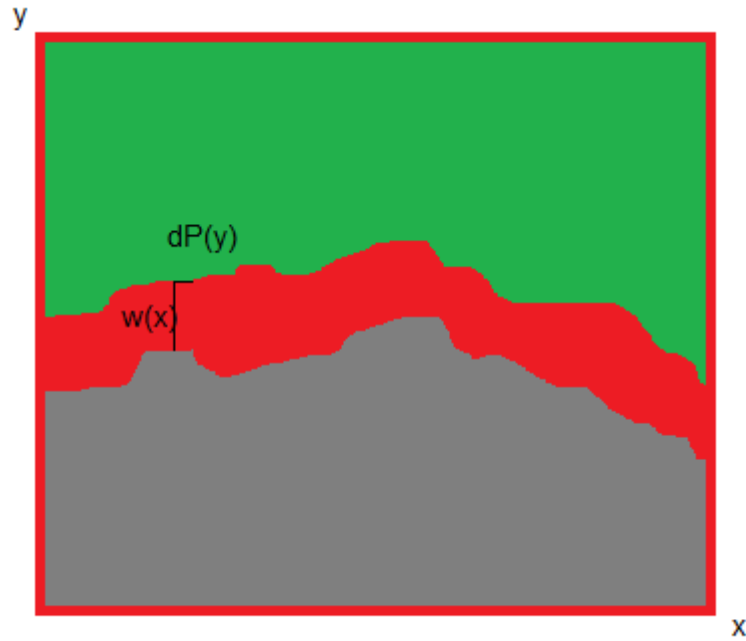


Fig.1 : Représentation d'un système de végétation où se développe un front de feu à un instant donné. La zone en rouge est en feu alors que la partie en gris est déjà brûlée.

On considère donc un système carré de végétation hétérogène de taille $L \times L$ avec un front de feu se développant dans la direction y (Fig.1). En supposant l'enthalpie H constante, l'énergie dégagée par unité de largeur x est donnée par:

$$E(t)/L = \frac{H}{L} \iint m(x, y, t) \times \mathcal{P}(x, y, t) dx dy \quad (2)$$

Avec $\mathcal{P}(x, y, t)$ la distribution de probabilité d'avoir à l'instant t du combustible en feu couvrant un élément de surface $dx \times dy$ centré sur la position (x, y) . Pour une répartition uniforme du combustible, le taux de couverture surfacique est le dopage p et la densité de charge ne dépend que du temps ($m(t)$), ce qui évite un gradient de charge. Bien entendu, à l'intérieur de la zone en feu, la masse qui se trouve à l'arrière est plus petite que celle devant, car une partie de cette masse a déjà été consommée. La contribution de cette masse à l'énergie est plus petite, mais sa contribution au flux est plutôt temporelle (dm/dt) mais pas spatiale. En remplaçant $\mathcal{P}(x, y, t) dx dy$ par l'élément de surface occupé par le combustible $dwdP = \frac{dw}{dx} \frac{dP}{dy} dx dy$ à l'instant t , l'équation (2) devient

$$E(t)/L = \frac{H \times p \times m(t)}{L} \iint dw(x, t) \frac{\partial P(y, t)}{\partial y} dy \quad (3)$$

Avec $dw(x, t)$ l'élément de largeur du front à la position latérale x par rapport à la direction de propagation et $dP(y, t)$ l'élément de périmètre à la position longitudinale (y). L'intégration sur dw conduit à la largeur moyenne \bar{w} du front sur la direction latérale. Le flux par unité de longueur $\phi = \frac{1}{L} \frac{dE(t)}{dt}$ est obtenu après intégration de (3) sur dy (la taille du système L étant fixe) :

$$\phi(L, t) = \frac{H \times p}{L} \times \left\{ \frac{dm(t)}{dt} \overline{w(t)} P(t) + m(t) \frac{d\overline{w(t)}}{dt} P(t) + m(t) \overline{w(t)} \frac{dP(t)}{dt} + L m(t) \overline{w(t)} \frac{\bar{v}}{\bar{\rho}} \right\} \quad (4)$$

Dans la dérivation par rapport au temps, interviennent les dérivées partielles par rapport à x et y ($\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t}$). Le dernier terme fait apparaître la courbure ($\frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 1/\rho$). Ce résultat permet de rendre compte du flux aussi bien dans le cas non stationnaire (second et troisième termes) que stationnaire (premier et dernier termes). L'expression (4) montre que le flux dépend du rayon moyen de courbure $\bar{\rho}$ apparaissant dans le dernier terme. Ce terme est important pour la lutte contre l'incendie. Il est positif si le front est convexe par rapport à un observateur (un agent de lutte), et devient négatif pour un front concave. En fait le flux dépend de la taille du système ($\phi(L, t)$) comme le périmètre de la zone en feu $P(L, t)$ et sa largeur w . Une analyse d'échelle du flux thermique ferait donc apparaître la dimension fractale du périmètre de feu ($P(L, t) \propto L^{D_P}$) et, par conséquent la surface en feu ($S_f(L, t) \propto L^{D_S}$). Caldarelli et al. [5] ont analysé la dimension fractale des images satellitaires de certains feux méditerranéens. Ils ont trouvé une dimension fractale de 1.3 pour le périmètre et de 1.8 pour la surface brûlée. Or, la surface déjà brûlée ne contribue pas à la propagation du feu. D'autre part, la dimension fractale de la zone en feu dépend de la résolution de l'image satellite. Baara et al. [6] ont analysé des contours de feux simulés par le modèle du réseau de Petit Monde [4]. Ils ont trouvé que la dimension est multi-fractale, c'est-à-dire que la mesure de la dimension fractale dépend de la résolution avec laquelle le feu est observé. Cette estimation de la dimension fractale de la zone en feu, interpolée avec la meilleure résolution possible, permet d'estimer le flux dégagé par le feu (4) avec la meilleure précision possible.

3. Modèle de Petit Monde

Afin de valider cette formulation, nous utilisons le modèle de simulation de petit monde appliqué aux feux [4] déjà validé sur des feux réels. Rappelons d'abord ce modèle. Il est construit sur un réseau carré (ou triangulaire) de taille L , dont la cellule de base a une taille a . Dans les systèmes hétérogènes, les cellules sont occupées aléatoirement par le combustible avec la probabilité p [7]. Les cellules occupées sont dans l'un des quatre états suivants: sain, chauffé, en feu ou brûlé (voir Fig.2). L'interaction peut avoir lieu seulement entre une cellule en feu et une chauffée ou saine. Deux types d'interaction à longue distance peuvent être considérés: une probabiliste (correspondant au processus de d'émission des brandons) et l'autre déterministe (correspondant au rayonnement ou convection des flammes à l'intérieur du domaine d'interaction au-delà des proches voisins).

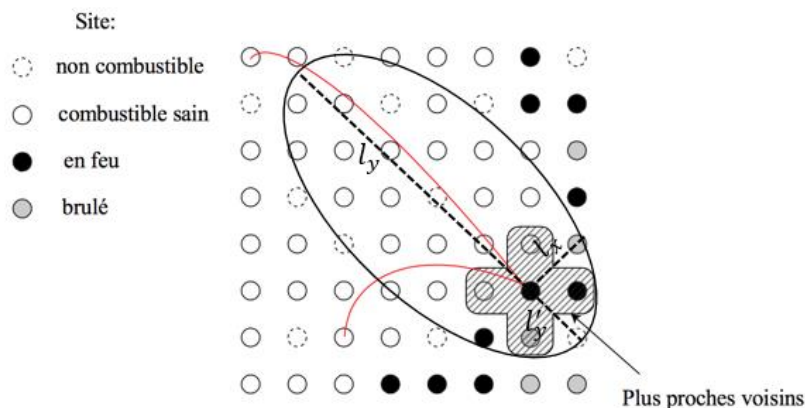


Fig.2 Modèle de petit monde appliqué aux feux de forêt.

On se limite ici aux interactions déterministes. A cause des effets de champ (i.e., vitesse du vent ou inclinaison du terrain), le domaine d'interaction est défini par deux demi-ellipses jointes, l'une dans la direction principale de propagation, y , et l'autre dans la direction opposée (voir Fig.2). Tous les combustibles à l'intérieur du domaine d'interaction d'une cellule en feu sont chauffés. Ils peuvent être allumés si le temps de résidence t_c des cellules en feu est suffisamment grand. Les axes l_y and l_x de l'ellipse dans la direction principale de propagation (l'_y et l'_x dans l'autre direction) sont les longueurs caractéristique d'allumage de la flamme [8]. Le domaine d'interaction est circulaire en l'absence de vent ou pour un terrain plat ($l_x = l_y = l'_y$). Le feu peut être initié par une ligne ou par un point. Chaque cellule combustible i située dans le domaine d'interaction d'une cellule en feu j est soumise à un flux radiatif dépendant des distances Δx_{ij} and Δy_{ij} dans chaque direction [97]:

$$P_{ij} = \frac{P_0}{\left(\left(\frac{\Delta x_{ij}}{l_x} \right)^2 + \left(\frac{\Delta y_{ij}}{l_y} \right)^2 \right)^{\frac{\beta_r}{2}}} \quad (5)$$

P_0 est le flux minimal de rayonnement en dessous duquel la cellule ne peut pas commencer à se dégrader [8]. La coupure $P_{ij}=P_0$ définit ainsi les limites du domaine d'interaction d'une cellule en feu. La décroissance en puissance du flux de rayonnement avec exposant β_r est une généralisation du comportement observé à partir d'une flamme cylindrique [8, 9]. En effet, le graphe en échelle double logarithmique de la variation du flux de rayonnement en fonction de la distance de la flamme (voir Fig.2b de ref. 7) montre différentes "fenêtres" de la décroissance en puissance. Près de la flamme, cet exposant est faible avec une contribution significative des processus de convection.

Le modèle inclue aussi une procédure de pondération basée sur le temps de résidence de la flamme t_c et du temps au bout duquel le flux accumulé atteint l'énergie d'allumage du combustible E_{ign} . Le paramètre de pondération est ainsi défini comme le rapport d'énergie d'allumage E_{ign} à celle acquise par le combustible au bord du domaine d'interaction d'une cellule en feu pendant son temps de combustion [7]

$$R = \frac{E_{ign}}{P_0 t_c} \quad (6)$$

Evidemment si $R \leq 1$ tout le domaine d'interaction s'allumera après un temps $t \leq t_c$. Dans le cas $R > 1$, seule une portion $1/R$ de ce domaine est allumé après t_c , les cellules restantes seront seulement chauffées. Plus le rapport R croît, plus la surface allumée décroît jusqu'à atteindre une pondération critique R_c correspondant à l'allumage des cellules voisines dans la direction du vent/pente ($\Delta x_{ij} = 0$ et $\Delta y_{ij} = a$) durant t_c . A cause de la nature discrète du réseau, au-delà de cette pondération critique aucune cellule ne peut s'allumer. De (2) et (3), la pondération critique est $R_c = (l_y/a)^{\beta_r}$ pour les contributions individuelles des cellules en feu. Sa valeur est légèrement supérieure pour les contributions collectives des cellules en feu.

4. Résultats et validation

Comme montré ci-haut, la principale nouveauté de l'expression (4) par rapport à la loi de Byram est la dépendance de l'intensité du feu du rayon de courbure. Afin de rendre compte de cette dépendance et de valider l'équation (4), nous considérons deux éclosions différentes : une éclosion en ligne (la première ligne) et une éclosion ponctuelle (le point le centre de la

première ligne). L'énergie délivrée par unité de temps par les flammes est $H \times m = 100\text{kJ}/\text{m}^2$, et la perte de masse est supposée constante ($d\bar{m}/dt = \bar{m}/t_c$; $t_c = 20\text{s}$ étant le temps de combustion). Nous considérons un système carré de 1ha, avec des flammes de hauteur 10m.

4.1. Ecllosion en ligne

Dans ce cas le front est linéaire et le rayon de courbure diverge, ce qui élimine le 4^{ème} terme de (4). D'autre part, nous nous intéressons à la propagation stationnaire, ce qui réduit (4) à son premier terme. Dans ce cas, le périmètre du front est L , sa largeur du front est $\bar{w} = v \times t_c$ et $\frac{dm}{dt} = \frac{m}{t_c}$ (en supposant la perte de masse constante). L'équation (4) devient :

$$\phi(L, t) = H \times m \times p \times v \quad (7)$$

Dans Fig.3 le flux dégagé par la zone en feu est présenté en fonction de la vitesse de propagation pour différents dopages p (la variation de la vitesse est due à une variation de la vitesse du vent). L'ajustement linéaire du flux en fonction de la vitesse de propagation apparaissant clairement avec $\chi^2 > 0.999$ montre bien l'équation (4). Cependant la valeur de la pente est légèrement inférieure aux valeurs prédites. En fait, lors de la propagation, le front fait apparaître une légère courbure causée par les effets de bord. Cette légère concavité du front introduit une contribution négative du 4^{ème} terme de (4) au flux.

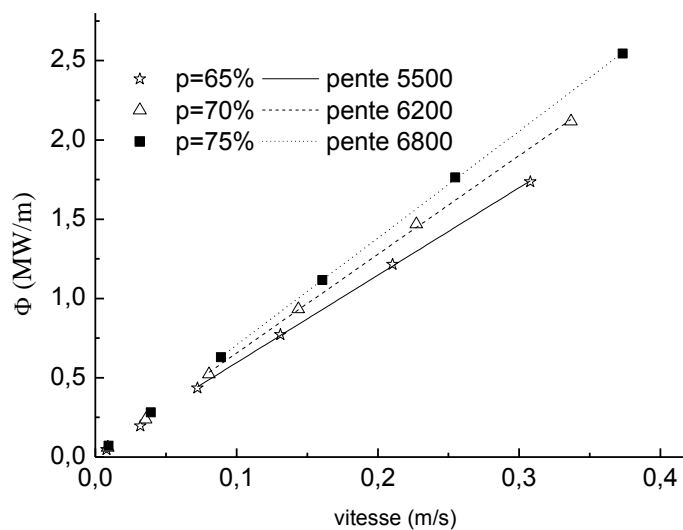


Figure 3 : Flux dégagé en fonction de la vitesse de propagation.

4.2. Ecllosion ponctuelle

La légère différence observée ci-dessus par rapport aux prédictions est une signature de l'effet d'une légère courbure qui apparaît même avec une écllosion linéaire, les cellules au bord reçoivent moins de flux que ceux au centre. Afin de mettre en évidence l'influence de la courbure du front sur le flux thermique, nous considérons une écllosion ponctuelle, d'abord sans vent ni pente où le contour devient circulaire, puis avec un vent de 3m/s où le contour est elliptique. Dans les deux cas seulement une partie concave du front est considérée (c'est-à-dire dans un angle θ suivant la direction de propagation). Pour la propagation circulaire le point

d'éclosion est situé milieu de la ligne d'un côté du système, ce qui correspond à un front sous forme d'un demi-cercle ($\theta = \pi$). Pour la propagation elliptique l'éclosion est située au milieu du système mais on ne considère qu'un arc du côté de la propagation avec $\theta = \pi/6$. Lors de la propagation, le rayon de courbure ($|\rho|$) varie avec le temps, la vitesse de propagation étant la variation du rayon avec le temps ($d|\rho|/dt$). On considère seulement la phase stationnaire (où la vitesse est constante). Dans ce cas l'équation (4) devient :

$$\phi(L, t) = \frac{H \times p}{L} \times \left\{ \theta \times m \times v \times \rho + m \times v^2 \times t_c \left(\theta - \frac{L}{|\rho|} \right) \right\} \quad (8)$$

Le signe (-) et la valeur absolue du rayon dans le second terme sont dus à la concavité du front. Les valeurs de la chaleur de combustion et de la charge sont les mêmes que pour l'éclosion linéaire ci-dessus, alors que le dopage est ici $p = 1$, afin d'éviter les incertitudes statistiques.

Dans le cas d'une propagation sans vent ni pente, l'angle θ est égal à π , et le contour du feu est circulaire. Nous remarquons dans Fig.4 que le flux devient presque linéaire pour de grands rayons (il varie comme $R^{1.03}$), ce qui signifie que le terme de (8) linéaire en fonction de ρ est dominant. L'influence du second terme de (8) apparait dans la phase des faibles rayons de courbure (avant la partie linéaire). L'écart entre la droite d'ajustement des grands rayons et la courbe représente bien le second terme de (8). Cet écart augmente quand le rayon diminue.

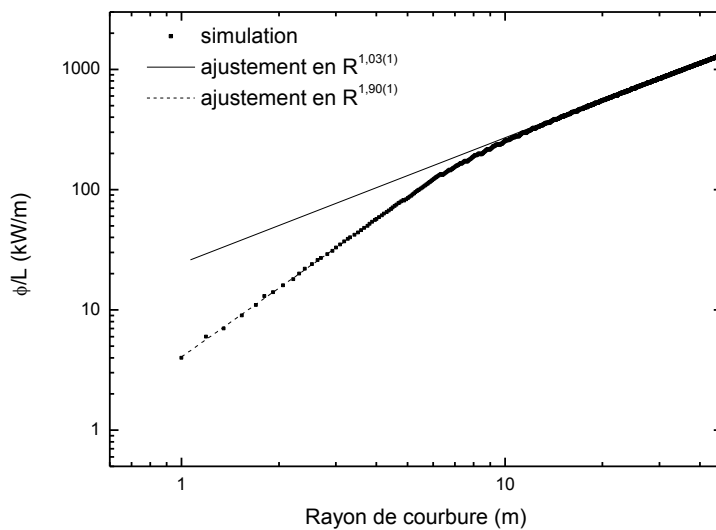


Figure 4 : Flux dégagé en fonction du rayon de courbure pour une éclosion ponctuelle sans vent et sans pente.

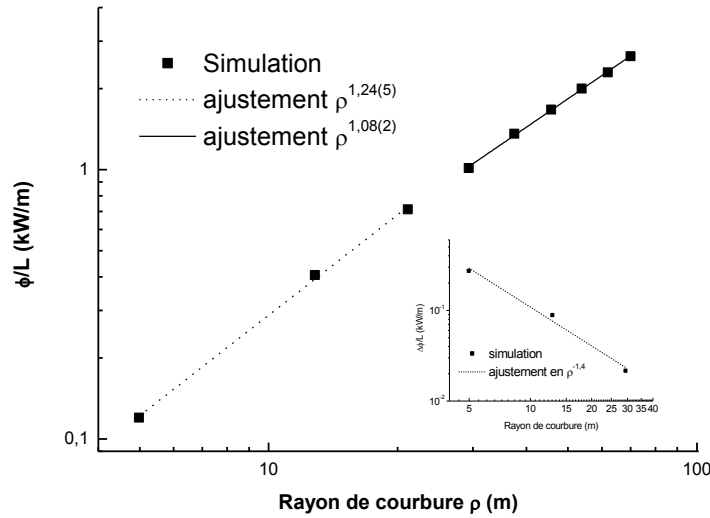


Figure 5 : Flux dégagé en fonction du rayon de courbure pour une éclosion ponctuelle sans pente et avec un vent de 3m/s. Inséré : différence entre le flux et sa partie linéaire vs. ρ .

Dans le cas d'une propagation avec vent (ici la vitesse du vent est de 3m/s) et d'un terrain plat, l'angle θ est égal à $\pi/6$ vers l'avant, et le contour du feu est elliptique. Nous remarquons dans Fig.5 que le flux devient presque linéaire pour de grands rayons (varie comme $R^{1.08}$, ce qui signifie que le terme linéaire de (8) est dominant. Comme pour la propagation circulaire, l'influence du second terme de (8) apparait dans la phase précédant la partie linéaire. La différence avec la ligne des grands rayons représente bien le second terme de (8) puisque l'écart diminue avec le rayon de courbure $|\rho|$. Dans l'inséré de Fig.5, on présente la différence $\Delta\phi$ entre le flux simulé et la partie linéaire ajustée en fonction du rayon de courbure. Cette différence décroît en $\rho^{-1.4}$ ce qui n'est pas loin des prédictions de (8) ($1/\rho$). L'écart des exposants du rayon ρ est dû à l'incertitude de l'ajustement réalisé sur trois points seulement.

Même si elle rend compte de plusieurs aspects du front, l'équation 8 reste non prédictive, car la vitesse de propagation ne peut pas être préalablement estimée. Récemment, Khelloufi et al. [10] ont montré que, près de la transition propagation/ non propagation, la vitesse de propagation dépend en puissance de la vitesse U du vent (ou de la pente du terrain) :

$$v = C \times U^\delta \quad (9)$$

L'exposant δ dépend du rayonnement (exposant β_r de l'équation 5), C étant une constante. Il varie comme β_r lorsque le front est discontinu (arbres individuels en feu), et devient inversement proportionnel à β_r et tend vers 1 pour des fronts continus (contribution collective au rayonnement des flammes). La dépendance en puissance de la vitesse du vent a été confirmée expérimentalement même loin de la transition propagation /non propagation (voir [11] et ses références). L'équation 8 devient alors :

$$\phi(L, t) = \frac{H \times p}{L} \times \left\{ \theta \times m \times C \times U^\delta \times \rho + m \times C^2 \times U^{2\delta} \times t_c \left(\theta - \frac{L}{|\rho|} \right) \right\} \quad (10)$$

Conclusion

La loi de Byram a été reformulée mathématiquement pour tenir compte des aspects géométriques du front de feu aussi bien stationnaire que non stationnaire. Cette formulation a été comparée à des simulations de propagation du feu avec le modèle de réseau de petit monde. En particulier deux configurations du feu ont été considérées : l'éclosion linéaire (front linéaire) et l'éclosion ponctuelle (front courbé). Ces comparaisons rendent compte de l'influence du rayon de courbure du front. Dans le cas d'un front convexe, le rayon de courbure contribue à augmenter le flux, alors qu'il le diminue dans le cas d'un front concave. Cette formulation permet d'étudier l'effet de taille du flux qui est relié à la dimension fractale du périmètre et de la surface en feu. Finalement, la dépendance de la vitesse de propagation en puissance de la vitesse du vent permet de rendre cette formulation prédictive au moins près seuil propagation/non propagation.

Cette formule permet de comprendre des comportements imprévisibles des fronts de feu de forme courbée. Mais elle n'est valable que sur une partie du front dans la direction principale de propagation. Une formulation plus complète permet de rendre compte aussi bien de la propagation dans la direction du vent/pente que latéralement. Cette formulation sera aussi examinée et comparée à des feux réels ou des brulages dirigés.

Références bibliographiques

- [1] FAO 2001. *Evaluation des ressources forestières mondiales 2000*. Etude Forêts n° 140. Rome.
- [2] C. S. Eastaugh et H. Hasenauer, Environ. Model. & Soft., **55**, 132 (2014). D. Alexandrian, J.-L. Dupuy et F. Pimont, *Cartographie de l'aléa feu de forêt sur le bassin de risque de Marseille*, Info DFCI n°63, Décembre 2009.
- [3] G. M. Byram, *Combustion of forest fuel*. In *forest fire: control and use*, K.P.Davis Ed. (McGraw-Hill, New York 1959), pp.61-89.
- [4] J. K. Adou et al., Ecological Modelling, **221**, 1463 (2010).
- [5] G. Caldarelli, R. Frondoni et A. Gabrielli, Europhys.Lett. **4**, 510 (2001).
- [6] Y. Baara et al. *Comportement multifractal des feux de forêt*, Journées Internationales de Thermiques, Marrakech, 2013 Voir aussi Y Baara, thèse de Doctorat, USTO (Oran Algérie), 2014.
- [7] N. Zekri , K. Khelloufi, L. Zekri, B. Porterie, A. Kaiss et J.P.Clerc, Phys.Lett. **A376** (2012) 2522.
- [8] Y. Baara, K. Khelloufi et N. Zekri, EPJ Web of Conferences **44** (2013) 01002.
- [9] Y. Billaud, A. Kaiss, J.-L. Consalvi et B. Porterie, Int.J.Therm.Science **50** (2011) 2.
- [10] K. Khelloufi, Y. Baara, J.P. Clerc, B. Porterie et N. Zekri, J.Stat.Mech. **10**, P10027 (2013).
- [11] M. F. Wolf, G. F. Carrier et F. E. Fendell, Comb.Sci.Technol. **77**, 261 (1991).