



Effet d'un champ magnétique externe sur le transfert thermique et la production d'entropie d'un écoulement de nanofluide dans une cavité ouverte

Auteurs : Zouhaier MEHREZ, Afif El Cafsi, Ali Belghith

Adresse des auteurs : Laboratoire d'Energétique et des Transferts Thermique et Massique (LETTM),

Département de physique, Faculté des Sciences de Tunis, Université d'el Manar, 2092 TUNISIE

Email des auteurs : zouhaier.mehrez@yahoo.fr

Résumé

La magnétohydrodynamique (MHD) est une branche scientifique qu'étudie l'écoulement d'un fluide conducteur d'électricité en présence d'un champ magnétique externe. Cette spécialité est d'une importance considérable pour une large gamme d'applications industrielles, à l'exemple de la croissance cristalline, le liquide métal, les composants microélectroniques et autres.

Le but de la présente étude est d'analyser numériquement, par la méthode de volume finis, les effets de MHD sur la structure de l'écoulement, le transfert de chaleur et la production d'entropie d'un écoulement de nanofluide Cu-eau en convection mixte dans une cavité ouverte. Les champs d'écoulement, la distribution de la température et les taux de transfert de chaleur et de la production d'entropie sont graphiquement présentés pour différents nombres de Richardson, Reynolds et Hartmann et de la fraction volumique de nanoparticules solides.

Mots clés : MHD, Convection mixte, Production d'entropie, Nanofluide.

1. Introduction

En raison de sa conductivité thermique élevée, le nanofluide est largement utilisé dans de nombreuses applications d'ingénierie ayant des systèmes de refroidissement comme les réacteurs nucléaires, les machines et véhicules, boîtiers électroniques et composants microélectroniques. Parmi les recherches investiguant l'effet d'un champ magnétique sur un écoulement de nanofluide, Kefayati [1] a appliqué la méthode numérique de Lattice Boltzmann pour étudier la MHD en convection naturelle dans une cavité fermée remplie de nanofluide avec une distribution de température sinusoïdale. Aminossadati et al. [2] ont effectué une analyse numérique de refroidissement naturel d'une source de chaleur de forme triangulaire par un nanofluide de type CuO-eau, dans une enceinte, de géométrie triangle droit, sous l'influence d'un champ magnétique horizontal. Sheikholeslami et al. [3] a utilisé la méthode de Lattice Boltzmann pour étudier le transfert de chaleur par convection naturelle dans un anneau concentrique entre un carré froid et un cylindre elliptique chauffée en présence d'un champ magnétique. Dans [4] Sheikholeslami et al. ont étudié la convection libre d'un écoulement de nanofluide dans un semi-anneau excentrique rempli. Les mêmes auteurs ont utilisé la méthode de volumes finis pour étudier dans les références [5] et [6] l'effet magnétohydrodynamique sur le transfert de chaleur par convection naturelle de nanofluide dans une enceinte avec cylindre elliptique chaude [5] et une enceinte de forme demi-anneau [6].

L'application d'un champ magnétique externe sur l'écoulement de nanofluide a eu des conséquences sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur, et donc sur la génération d'entropie. Mahmoudi et al. [7] ont étudié la génération d'entropie et l'amélioration du transfert de chaleur d'un écoulement de nanofluide Cu-eau en convection naturelle dans une enceinte en forme de trapèze, en présence d'un champ magnétique uniforme. Les résultats montrent que la production d'entropie diminue avec la présence des nanoparticules, et augmente généralement avec l'application d'un champ magnétique externe. Rashidi et al. [8], ont étudié la génération d'entropie d'un nanofluide, conducteur d'électricité et incompressible, écoulant sur un disque rotatif poreux à la présence d'un champ magnétique externe uniforme et de direction verticale, pour trois types de nanoparticules: Cu, Al₂O₃ et CuO. Ils ont montré que la génération d'entropie, dont la valeur la plus élevée est obtenue avec Cu et la plus basse avec Al₂O₃, est réduit en augmentant la fraction volumique de nanoparticules et en diminuant le paramètre d'interaction magnétique. Mahian et al. [9] ont réalisé une étude analytique de la deuxième loi de la thermodynamique sur l'écoulement et le transfert de la chaleur de nanofluide TiO₂-eau, dans un tube vertical

avec parois iso-flux, sous l'influence d'un champ magnétique. Les résultats montrent que l'utilisation de nanofluide TiO_2 -eau réduit la production d'entropie dans l'espace annulaire tandis qu'elle augmente avec l'augmentation du nombre de Hartmann.

2. Modèle physique

On s'intéresse à la simulation bidimensionnelle de la convection mixte d'un écoulement des nanofluides. La figure 1 représente la configuration géométrique et les conditions aux limites utilisées dans le présent travail. Le domaine de calcul est de rapport de forme 3.5. La cavité est de hauteur H et de largeur $L=2H$. Le nombre de Reynolds est varié entre 100 et 500 et celui de Richardson entre 0.001 et 1. La fraction volumique ϕ des nanoparticules dans le fluide de base, qui est l'eau pure, est variée entre 0 et 0.06. Le nombre de Prandtl est fixé à 6.2. Le maillage et le pas du temps sont fixés, après avoir testés et validés, respectivement à 150×126 et 10^{-3} . A l'entrée, une vitesse uniforme u_0 est imposée. A la sortie, les conditions aux limites de type advectif sont imposées sur la température et la vitesse. Le long des parois solides la condition d'adhérence est appliquée. Le fluide d'entrée est maintenue froid à basse température. Le fond chaud de la cavité est à haute température uniforme. Le reste des parois solides sont supposés adiabatiques.

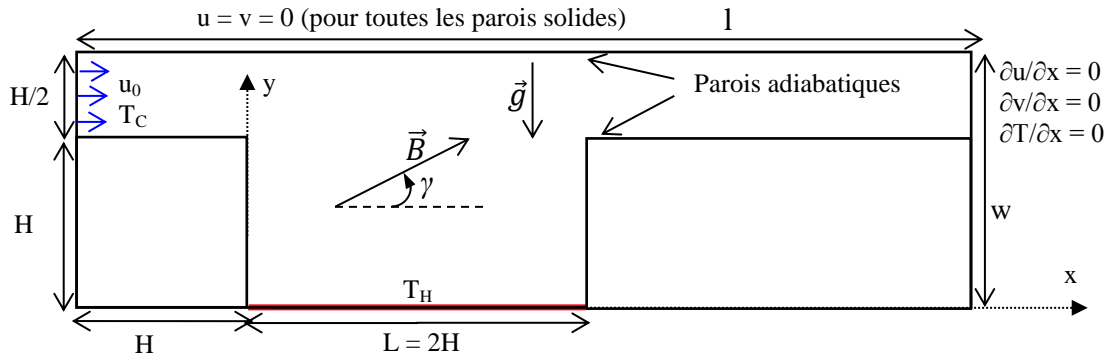


Figure 1 : Configuration géométrique et conditions aux limites

2. Formulation mathématique

L'eau pure et les nanofluides sont supposés obéir à l'approximation de Boussinesq. Les équations adimensionnelles de continuité (1), de quantité de mouvement (2) et (3) et de l'énergie (4) en coordonnées cartésiennes sont donnés par :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \left[-\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \frac{\mu_{nf}}{\mu_f} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + \frac{\sigma_{nf} Ha^2}{\sigma_f Re} (V \sin \gamma \cos \gamma - U (\sin \gamma)^2) \right] \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \left[-\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \frac{\mu_{nf}}{\mu_f} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{(\rho\beta)_f} Ri\theta + \frac{\sigma_{nf} Ha^2}{\sigma_f Re} (V \sin \gamma \cos \gamma + U (\cos \gamma)^2) \right] \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Re.Pr} \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{(\rho c_p)_f}{(\rho c_p)_{nf}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (4)$$

$$\text{Avec } \tau = \frac{t u_0}{H}, \quad X = \frac{x}{H}, \quad Y = \frac{y}{H}, \quad U = \frac{u}{u_0}, \quad V = \frac{v}{u_0}, \quad P = \frac{p}{\rho_f u_0^2}, \quad \theta = \frac{T - T_C}{T_H - T_C}, \quad Re = \frac{\rho_f u_0 H}{\mu_f}, \quad Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f}, \quad Ri = \frac{Gr}{Re^2} = \frac{g \beta_f (T_H - T_C) H}{u_0^2}, \quad Gr = \frac{g \beta_f (T_H - T_C) H^3}{\nu_f^2} \text{ et } Ha = B_0 H \sqrt{\frac{\sigma_f}{\mu_f}} \quad (5)$$

Où Re est le nombre de Reynolds, Pr le nombre de Prandtl, Ri le nombre de Richardson, Gr le nombre de Grashof et Ha le nombre de Hartman.

La masse volumique effective et la diffusivité thermique de nanofluide sont données par :

$$\rho_{nf} = \phi \rho_s + (1 - \phi) \rho_f \quad (6)$$

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho c_p)_{nf}} \quad (7)$$

La capacité thermique et le coefficient d'expansion thermique du nanofluide sont donnés par :

$$(\rho c_p)_{nf} = \phi (\rho c_p)_s + (1 - \phi) (\rho c_p)_f \quad (8)$$

$$(\rho\beta)_{nf} = \phi (\rho\beta)_s + (1 - \phi) (\rho\beta)_f \quad (9)$$

La viscosité de nanofluide est estimée par le modèle de Brinkman [10], elle est donnée par :

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \phi)^{2.5}} \quad (10)$$

La conductivité thermique effective du nanofluide est estimée par le modèle de Maxwell [11], elle est donnée par :

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \varphi(k_f - k_s)} \quad (11)$$

La conductivité électrique est aussi donnée par le modèle de Maxwell [11], donnée par :

$$\frac{\sigma_{nf}}{\sigma_f} = 1 + \frac{3\left(\frac{\sigma_s - 1}{\sigma_f}\right)\varphi}{\left(\frac{\sigma_s + 2}{\sigma_f}\right) - \left(\frac{\sigma_s - 1}{\sigma_f}\right)\varphi} \quad (12)$$

Le nombre de Nusselt local, est donné par :

$$Nu = -\frac{k_{nf}}{k_f} \left(\frac{\partial\theta}{\partial y}\right)_{y=0} \quad (13)$$

Le nombre de Nusselt moyenne est obtenu en intégrant Nu local sur la paroi chaude, est exprimé par :

$$Nu_m = \frac{1}{L} \int_0^L Nu dx \quad (14)$$

En coordonnées cartésienne, la génération d'entropie locale adimensionnelle S_{gen} déterminée par Woods [12] peut s'exprimer de la façon suivante :

$$S_{gen} = \frac{k_{nf}}{k_f} \left[\left(\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\theta}{\partial y}\right)^2 \right] + \chi \frac{\mu_{nf}}{\mu_f} \left[2\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 \right] + \chi Ha^2 \frac{\sigma_{nf}}{\sigma_f} (U \sin\gamma - V \cos\gamma)^2 \quad (15)$$

La production d'entropie adimensionnelle totale $S_{gen,m}$ est obtenue par intégration de celle locale dans la totalité de domaine du calcul, elle s'exprime par :

$$S_{gen,m} = \frac{1}{\vartheta} \int S_{gen} d\vartheta \quad (16)$$

3. Méthode numérique

Les équations de conservation de la quantité de mouvement et d'énergie sont discrétisées suivant la méthode de volumes finis à maillage décalé. Chaque inconnue est définie sur une grille qui lui est propre. Les termes non linéaires ont été approchés par un schéma Quick (Quadratic Upstream Interpolation for Convection Kinematic). Le traitement des équations de mouvement associées à la condition d'incompressibilité est effectué par la méthode de projection. La méthode aux directions alternées (ADI) est utilisée pour résoudre la partie prédiction. La partie projection est résolue par une procédure multigrille linéaire. Le schéma temporel adopté est de type différences finies d'ordre deux Adams-Bashford, consiste traiter explicitement les termes non-linéaires (termes convectifs) et implicitement les termes diffusifs.

4. Résultats et discussion

La figure 2 représente le nombre de Nusselt moyen Nu_m en fonction du nombre de Hartmann pour diverses fractions volumiques de nanoparticules φ pour $Re = 250$ et $Ri = 0.01$. On peut noter, dans tous les cas considérés, que le transfert de chaleur est amélioré par augmentation de φ dû à l'augmentation de la conductivité thermique du nanofluide qui est plus importante que l'augmentation de sa viscosité, par augmentation de la fraction volumique de nanoparticules.

Le comportement thermique de l'écoulement avec le nombre de Hartmann varie en fonction de l'angle d'inclinaison du champ magnétique. En effet, pour $\gamma = 0^\circ$ (Fig. 3 (a)), le nombre de Nusselt moyen diminue avec l'augmentation du nombre de Hartmann. L'écoulement dans la cavité est amorti par la force de Lorentz causée par le champ magnétique, ce qui affaiblit la convection ainsi que le transfert de chaleur entre la paroi chaude et le fluide en écoulement. Pour $\gamma = 45^\circ$ et 90° (Figs. 3 (b) et 3- (c)) le nombre de Nusselt moyen augmente en augmentant Ha . Pour ces orientations du champ magnétique, la force de Lorentz produite permet la pénétration de fluide froid dans la cavité sans recirculation, ce qui améliore le transfert de chaleur. Ce phénomène est accentué en intensifiant le champ magnétique et en augmentant γ de 45° à 90° .

La figure 3 montre les effets du nombre de Hartmann, la fraction volumique de nanoparticules et l'angle d'inclinaison du champ magnétique sur la production d'entropie moyenne $S_{gen,m}$ pour $Re = 250$ et $Ri = 0.01$. On constate que, pour toutes les configurations, la génération entropie moyenne augmente en augmentant φ en raison de l'augmentation des facteurs d'irréversibilités. Ceci peut s'expliquer par l'augmentation de la conductivité thermique, la viscosité et la conductivité électrique effectives du nanofluide, ce qui intensifie les irréversibilités générées par les effets visqueux et le transfert thermique à la fois. Comme il est attendu, pour $\gamma = 0^\circ$, l'augmentation du nombre de Hartmann provoque la diminution de la production d'entropie en raison de l'atténuation de l'intensité de l'écoulement, ce qui affaiblit les gradients de vitesse et de la température, et alors tous les facteurs d'irréversibilité. Au contraire, pour $\gamma = 45^\circ$ et 90° la génération d'entropie, qui est plus importante avec $\gamma = 90^\circ$, augmente d'une façon brusque par l'augmentation du nombre de Hartmann. L'intensification du champ magnétique dans ces cas, conduit à une accélération de l'écoulement, ce qui augmente

les gradients de température et de vitesse. Cela entraîne l'augmentation de tous les termes de la génération d'entropie.

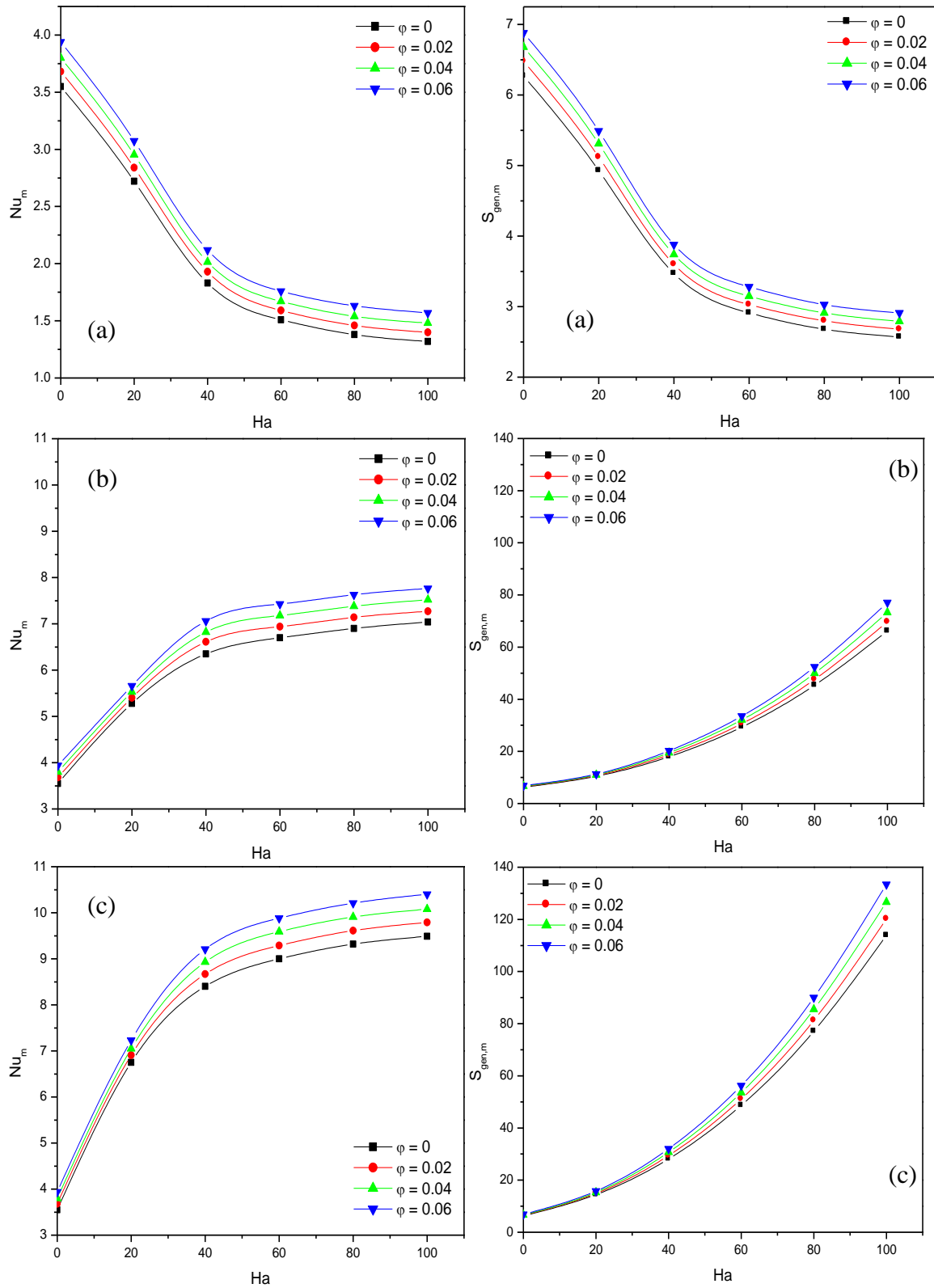


Figure 2: Nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Hartmann pour différent ϕ , $Re = 250$ et $Ri = 0.01$. (a): $\gamma = 0^\circ$, (b): $\gamma = 45^\circ$ et (c): $\gamma = 90^\circ$.

Figure 3: Production d'entropie en fonction du nombre de Hartmann pour différent ϕ , $Re = 250$ et $Ri = 0.01$. (a): $\gamma = 0^\circ$, (b): $\gamma = 45^\circ$ et (c): $\gamma = 90^\circ$.

4. Conclusion

Dans cette étude, le transfert de chaleur et la production d'entropie d'un écoulement en convection mixte de nanofluid Cu-eau dans une cavité ouverte, soumis à champ magnétique orienté, sont numériquement étudiées pour différents nombres de Hartmann et diverses fractions volumiques de nanoparticules solides avec différents angles d'inclinaison d'un champ magnétique. Il a été démontré que le transfert de chaleur et la production d'entropie dépendent de l'intensité et l'orientation du champ magnétique. Dans tous les cas étudiés, le nombre de Nusselt moyen et la production d'entropie augmentent en augmentant la fraction volumique de nanoparticules solides. Pour $\gamma = 0^\circ$ (champ magnétique de direction horizontale), le transfert de chaleur et la production d'entropie diminuent en augmentant le nombre de Hartmann. Pour $\gamma = 45^\circ$ et $\gamma = 90^\circ$, le nombre de Nusselt moyen et la production d'entropie augmentent considérablement avec l'intensification du champ magnétique.

Nomenclature

Symbole	Nom, unité	Symboles grecs	Nom, unité
g	accélération de pesanteur, m/s^2	α	diffusivité thermique, $m^2 s^{-1}$
H	hauteur de la cavité, m	β	coefficient d'expansion thermique, K^{-1}
L	longueur de la cavité, m	ν	viscosité cinématique, m^2/s
Nu_m	nombre de Nusselt	Indices	
p	pression, N/m^2		
Pr	nombre de Prandtl	c	chaud
Re	nombre de Reynolds	f	froid (avec la température), fluide
Ri	nombre de Richardson nfnanofluid	nf	nanofluid
$S_{gen,m}$	génération d'entropie		
T	température, K		

Références

- [1] GH. R. Kefayati. Lattice Boltzmann simulation of MHD natural convection in a nanofluid-filled cavity with sinusoidal temperature distribution. *Powder Technology* 243 (2013) 171–183
- [2] S.M. Aminossadati. Hydromagnetic natural cooling of a triangular heat source in a triangular cavity with water–Cu nanofluid. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 43 (2013) 22–29
- [3] M. Sheikholeslami, M. Gorji-Bandpy, D.D. Ganji. Numerical investigation of MHD effects on Al_2O_3 -water nanofluid flow and heat transfer in a semi-annulus enclosure using LBM. *Energy* 60 (2013) 501–510
- [4] M. Sheikholeslami, M. Gorji-Bandpy, D.D. Ganji, MHD free convection in an eccentric semi-annulus filled with nanofluid. *Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers* 45(2014)1204–1216
- [5] M. Sheikholeslami, M. Gorji-Bandpy, R. Ellahi, Mohsan Hassan, Soheil Soleimani. Effects of MHD on Cu–water nanofluid flow and heat transfer by means of CVFEM. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 349(2014)188–200.
- [6] M. Sheikholeslami, M. Gorji-Bandpy, D.D. Ganji, P. Rana, Soheil Soleimani, Magnetohydrodynamic free convection of Al_2O_3 -water nanofluid considering Thermophoresis and Brownian motion effects. *Computers & Fluids* 94 (2014) 147–160.
- [7] Amir Houshang Mahmoudi, Ioan Pop, Mina Shahi, Farhad Talebi. MHD natural convection and entropy generation in a trapezoidal enclosure using Cu–water nanofluid. *Computers & Fluids* 72 (2013) 46–62.
- [8] Rashidi MM, Abelman S, Mehr NF. Entropy generation in steady MHD flow due to a rotating porous disk in a nanofluid. *Int J Heat Mass Transfer* 62 (2013) 515–525.
- [9] Omid Mahian, Ioan Pop, Ahmet Z. Sahin, Hakan F. Oztop, Somchai Wongwises. Irreversibility analysis of a vertical annulus using TiO_2 /water nanofluid with MHD flow effects. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 64 (2013) 671–679.
- [10] H.C. Brinkman, The viscosity of concentrated suspensions and solutions, *J. Chem. Phys.* 20(1952) 571–581.
- [11] J.C. Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, second ed., Oxford University Press, Cambridge (1904) 435–441.
- [12] LC Woods. *The thermodynamics of fluid systems*. Oxford Press: Oxford University; 1975.