



Etude de l'effet évaporatif d'une goutte liquide déposée sur un substrat

Mourad Tikobaini¹, Rachid Bennacer², Naima Méskine³, Mohand Kessal¹, Rachid Boucetta³

1Faculté des Hydrocarbures et de la Chimie, Université de Boumerdès, 35000. Algérie

2 ENS-Cachan Dpt GC/ LMT /CNRS UMR 8535. 61, Av du Président Wilson 94235 Cachan Cedex, France

3Faculté des Sciences, Université de Boumerdès, 35000. Algérie

m.kessal@voilà.fr, r_boucetta@yahoo.fr

tik_mourad@yahoo.fr

Résumé : L'évaporation d'une goutte est soumise à de nombreuses études analytiques, numériques ainsi qu'expérimentales ces dernières décennies. En outre l'exploit des résultats expérimentaux conduit à quelques singularités pour le cas d'une goutte en évaporation. Les singularités résident principalement au niveau de la ligne triple, à savoir la dynamique de cette ligne pendant l'évaporation et l'intensité maximale de taux d'évaporation dans la zone de la ligne triple.

Dans la présente étude, nous présentons l'effet de non-uniformité de taux d'évaporation en la surface de la goutte sur les champs thermiques au sein de la goutte en évaporation. Les résultats en régime transitoire et permanent ont été comparés avec le cas où le taux d'évaporation est uniforme. Le refroidissement de l'interface liquide-vapeur est abordé et l'influence des nombres de Biot et de Marangoni sur l'évolution thermique au sein de la goutte sont discutés.

Mots clés : Évaporation, goutte, nombre de Marangoni, nombre de Biot, transfert de chaleur.

1. Introduction

L'intérêt de l'évaporation de la goutte est capital dans les domaines de biologie, l'imprimerie, refroidissement par évaporation et dans la recherche fondamentale. Les recherches menées à nos jours démontrent sans équivoque les applications multiples de la goutte à plusieurs échelles. L'aspect thermique est traité par les auteurs ([1], [2]), en se basant sur la résolution analytique. En outre, l'étude de dépôt de la goutte est abordée par les travaux approfondis ([3], [4], [5], [6]), par la suite d'autres recherches s'étendaient sur le rôle de la goutte dans les domaines médicaux et nanoparticules.

D'autre part, la dynamique au sein de la goutte est largement investiguée numériquement par de nombreux chercheurs ([7], [8], [9]). Les dernières études font objet de simulation numériques de l'évaporation en tenant compte des différents paramètres physiques incluant les trois domaines qui coexiste simultanément (solide, liquide et gaz) ([10]-[19]), dont les résultats sont étayés par les travaux expérimentaux.

Le but de ce travail est la simulation numérique de l'évaporation de la goutte d'eau déposée sur un substrat chauffé et l'étude de l'influence de l'évaporation sur les champs thermiques au sein de la goutte.

1.1. Modèle théorique

1.1.1. Les équations de base en coordonnées cylindriques

Le phénomène d'évaporation de la goutte déposée sur un substrat chauffé est modélisé par le système d'équations aux dérivées partielles présentées sous forme adimensionnelle ci-dessous. L'approximation Boussinesq est prise en compte :

$$\rho = \rho_0 - \rho\beta(T - T_0) \quad \beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (1)$$

L'équation de conservation de la masse :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (ru)}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

Les équations de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \text{Pr} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{u}{r^2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \text{Pr} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + RaT \quad (4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial r} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (5)$$

Les nombres sans dimension sont définis comme suit:

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}, \quad Ra = \frac{g\beta}{\nu\alpha} \Delta T \cdot R^3 = Gr \cdot \text{Pr} \quad (6)$$

Les termes ν , α et β désignent respectivement la viscosité cinématique, diffusivité thermique et le coefficient de dilatation thermique.

Les grandeurs de référence sont choisies de la manière suivante: la longueur R_{ref} , le temps t_{ref} , la pression P_{ref} et la température T_{ref}

$$\begin{aligned} R_{ref} &= R, \\ t_{ref} &= \frac{R^2}{\alpha} \\ \Delta T_{ref} &= T_{sub} - T_{amb} \quad (7) \\ u_{ref} &= \frac{R}{t_{ref}} \\ p_{ref} &= \rho \cdot u_{ref}^2 \end{aligned}$$

1.1.2. Les conditions initiales et aux limites

2. 2.1. Les conditions initiales

Le système d'équations aux dérivées partielles est fermé à l'aide des conditions aux limites appropriées :

$$\hat{a} \ t = 0 \quad \mathbf{u} = 0, \quad w = 0, \quad T = 0 \quad (8)$$

2. 2.2. Les conditions aux frontières

L'interface libre (liquide-gaz)

La vitesse u : $\partial u / \partial z = -Ma (\partial T / \partial r)$

La vitesse w : $w = 0$,

Le flux de chaleur : $-\lambda_{liq} (\partial T / \partial n) = h_{con} (T_{int} - T_{amb})$

L'axe de symétrie $r = 0$

La vitesse u : $u = 0$,

La vitesse w : $\partial w / \partial r = 0$,

Le gradient de température T : $\partial T / \partial r = 0$

Au substrat $z = 0$:

La vitesse u :

$$u = 0,$$

La vitesse w : $w = 0$,

La température T : $T = 1$

2. Résultats et discussion

Le modèle présenté par les équations précédentes est utilisé pour simuler le phénomène d'évaporation de la goutte sur un substrat chauffé. Le code de calcul est réalisé pour simuler l'évaporation de la goutte déposée sur un substrat chauffé (température de substrat $T_{sub}=40^\circ\text{C}$) et la température ambiante $T_{amb}=40^\circ\text{C}$, pour les régimes d'évaporation étudiés. Le type d'évaporation retenu dans cette étude est l'évaporation à un rayon de mouillage constant ($R=1\text{mm}$).

Le code de calcul est adopté pour simuler l'évaporation de la goutte déposée sur un substrat chauffé (température de substrat $T_{sub}=40^\circ\text{C}$), pour les régimes transitoire d'évaporation étudié. Les équations aux dérivées partielles sont discrétisées par la méthode de Volumes finis et le système d'équations algébriques global qui en résulte est résolu par l'algorithme de SIMPLER et la méthode ADI (Alternating direction implicit method). Le domaine est discrétisé en maillages non structuré réalisé par la transformation de coordonnées. Le nombre de points pour la réalisation de la simulation est (241×241) pour toutes les variables. La vérification du programme est réalisée pour assurer la convergence et la précision requise.

Le présent travail considère le type d'évaporation de la goutte à un rayon de mouillage constant ($R=1\text{mm}$). Les résultats obtenus sont les champs thermiques pour différentes configurations.

Le liquide de la goutte étudié est de l'eau caractérisé par les propriétés physiques de tableau 1 à $T= 22^\circ\text{C}$:

Tableau 1 : Propriétés physique de l'eau à température $T=22^\circ\text{C}$

Paramètres	ρ_{eau} (Kg/m^3)	β_{eau} ($^\circ\text{C}^{-1}$)	L_{vap} (J/Kg)	μ_{eau} (Pa.s)	ν_{eau} (m^2/s)	σ_{eau} (N/m)	α_{eau} (m^2/s)	λ_{eau} ($\text{W}/\text{m.K}$)
Valeurs à $T= 22^\circ\text{C}$	997.76	225.93 7 $\times 10^{-6}$	2450 $\times 10^3$	957.87 $\times 10^{-6}$	0.96 $\times 10^{-6}$	72.455 $\times 10^{-3}$	1.4416 $\times 10^{-7}$	0.60169

2.1. L'analyse des champs thermiques pour le cas où le taux d'évaporation est uniforme sur la goutte

Le substrat est supposé isotherme et sa température reste constante ($T_{sub}=40^{\circ}\text{C}$) le long de processus d'évaporation et le volume de la goutte est constant. La simulation numérique de l'effet évaporatif de la goutte permet de présenter les résultats à l'aide des courbes iso-variables adimensionnelles. L'influence des nombres sans dimension (nombres de Biot et Marangoni) est examinée pour des nombre Rayleigh négligeables.

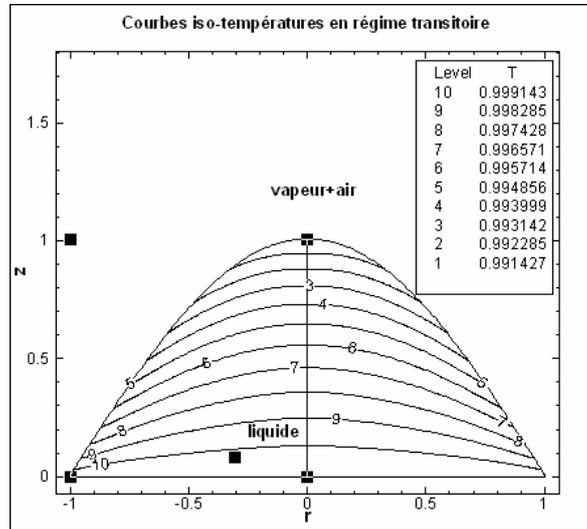


Figure 1 : Courbes iso-températures en régime transitoire à $t=2$ (Biot=0.01)

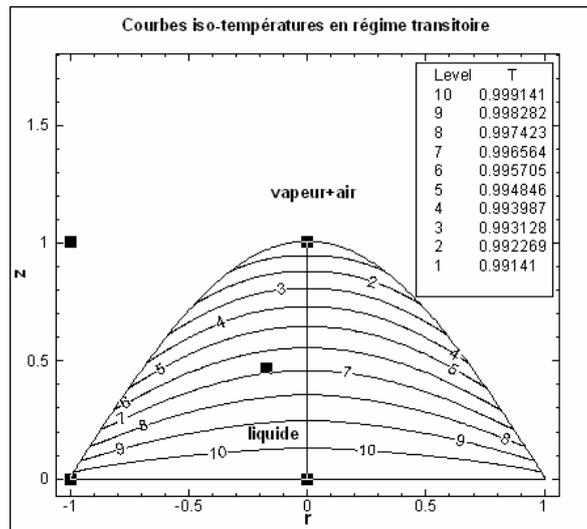


Figure 2 : Courbes iso-températures en régime transitoire à $t=2$ (Biot=0.01) (Ma=10)

Les courbes (1) et (2) montrent l'évolution de la température au sein de la goutte soumise à un champ convectif de refroidissement pour le nombre de Biot égal à 0.01. La répartition transitoire des champs thermiques transitoires montre un retard de l'échauffement à l'intérieur de la goutte pour le cas où l'effet de Marangoni est pris en compte (Ma=10).

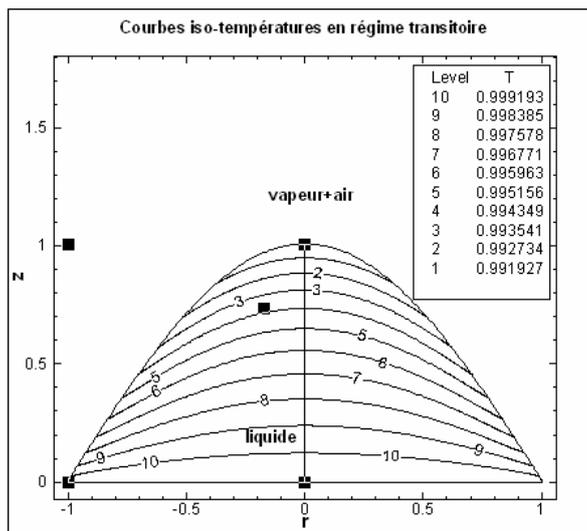


Figure 3 : Courbes iso-températures en régime transitoire à t=5 (Biot=0.01)

Le transfert de chaleur est assuré par la conduction ($Ra \approx 0$) à l'intérieur de la goutte et la convection naturelle est pratiquement négligeable. Les courbes iso-températures à l'instant ($t=5$) l'augmentation progressive de la température par rapport à l'instant ($t=2$). Un refroidissement causé par la convection avec le milieu ambiant et le réchauffement de la base de la goutte par conduction. La simulation de l'évolution transitoire de l'évaporation montre la distribution instantanée des champs thermiques sans tenir compte de la variation instantanée de l'interface de la goutte.

Les figures suivantes (4), (5), (6) représentent les courbes iso-températures de la goutte un nombre de Biot égal à ($Bi = 0.4$) pour les instants ($t=2$ et $t=5$). Les figures montrent un écart de température significative comparativement aux courbes pour ($Bi=0.2$). Cela à cause de refroidissement uniforme de la goutte par convection.

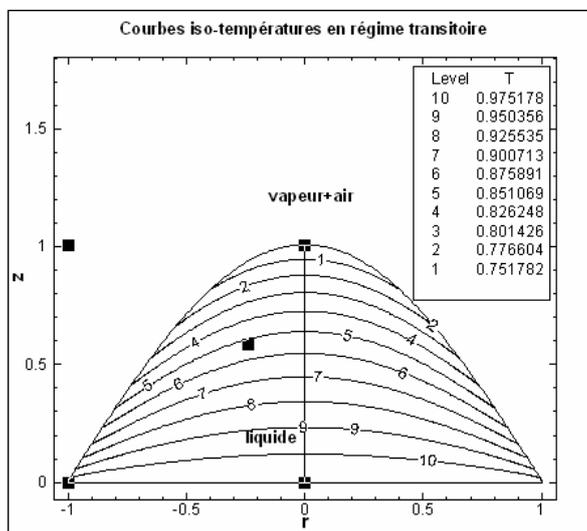


Figure 4 : Courbes iso-températures en régime transitoire à t=2 (Biot=0.4)

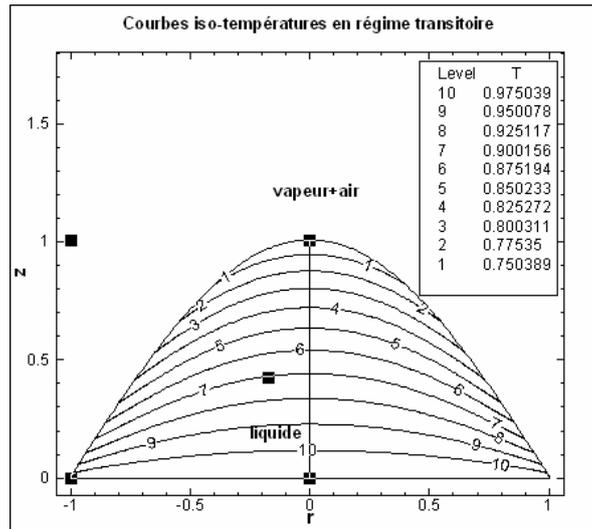


Figure 5 : Courbes iso-températures en régime transitoire à $t=2$ (Biot=0.4) et (Ma=10)

La convection de Marangoni due essentiellement à l'influence de gradient de température sur la tension superficielle de l'interface de la goutte (liquide-gaz). La comparaison des courbes ((4) et (5) en régime transitoire montre la participation de l'effet de Marangoni au refroidissement instantané de la goutte.

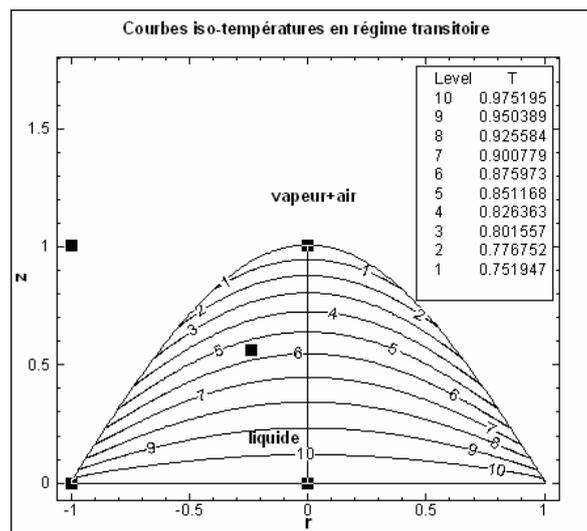


Figure 6 : Courbes iso-températures en régime transitoire à $t=5$ (Biot=0.4)

L'évaporation génère une perte d'énergie au liquide, ce qui explique le refroidissement de l'interface de la goutte lors de l'évaporation souvent cité dans la littérature. Cela conduit à la conclusion que la vitesse de refroidissement est de tant plus important que le nombre de Marangoni est élevé. Par conséquent, la comparaison entre l'ensemble des courbes correspondant à (Bi=0.01) et celles de (Bi=0.4) confirme la tendance de refroidissement de la goutte suite à son évaporation. Plus le nombre de Biot est grand plus vite la goutte se refroidie.

2.2. L'analyse des champs thermiques pour le cas où le taux d'évaporation est non-uniforme sur la goutte

Le transfert de chaleur par convection et par conduction dans la phase vapeur autour de la goutte est négligé. Les conditions thermiques à l'interface sont liées à la diffusion moléculaire de la vapeur au-dessus de la goutte, cela permet d'imposer le flux de chaleur à l'interface fonction de chaleur latente et taux d'évaporation (débit massique). Selon la littérature [4], [14] et [17], le taux d'évaporation autour de la goutte.

Les données utilisées, dans notre étude, pour le calcul de taux d'évaporation sont:
 La concentration de la vapeur saturée à la surface de la goutte $c_{sat}=2.32\times 10^{-2}$ Kg/m³.
 L'humidité relative de la phase vapeur $H=0.6$
 Le coefficient de diffusion de la vapeur $D_{vap}=31.918\times 10^{-8}$ m²/s.
 L'application de la formule [17]:

$$J(r) = \frac{D_{vap}(1-H)c_{sat}}{R} (0.27\theta^2 + 1.30) \left[0.6381 - 0.2239(\theta - \pi/4)^2 \right] (1 - r^2/R^2)^{-\lambda(\theta)} \quad (9)$$

Où $\lambda(\theta) = (1/2 - \theta/\pi)$

Le nombre de Marangoni représente le rapport des forces de surface sur les forces visqueuses ($Ma=10$) et afin d'analyser l'effet de Marangoni seul sur les champs thermiques dans la goutte, le nombre de Rayleigh est imposé nul ($Ra=0$) et le volume de la goutte constant. Comme une première approximation, une telle hypothèse est justifiée dans notre étude parce que la vitesse de variation du volume (vitesse de l'interface liquide-vapeur) de la goutte est faible devant la vitesse caractéristique ($v_{vap}=D_{vap}/R$) de diffusion de la vapeur dans la phase vapeur.

Les figures (7) et (8) représentent les courbes iso-températures en régime transitoire aux instants ($t=2$ et $t=5$) pour un nombre de Marangoni ($Ma=10$). Les deux figures montrent une allure croissante de la température en fonction de temps dans la goutte.

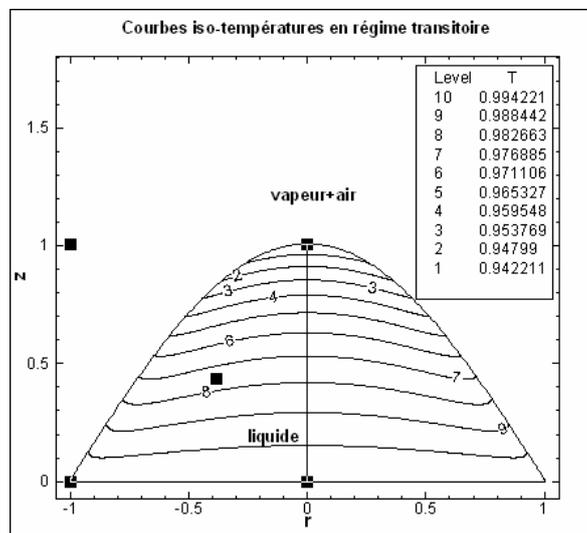


Figure 7 : Courbes iso-températures en régime transitoire à $t=2$ ($Ma=10$)

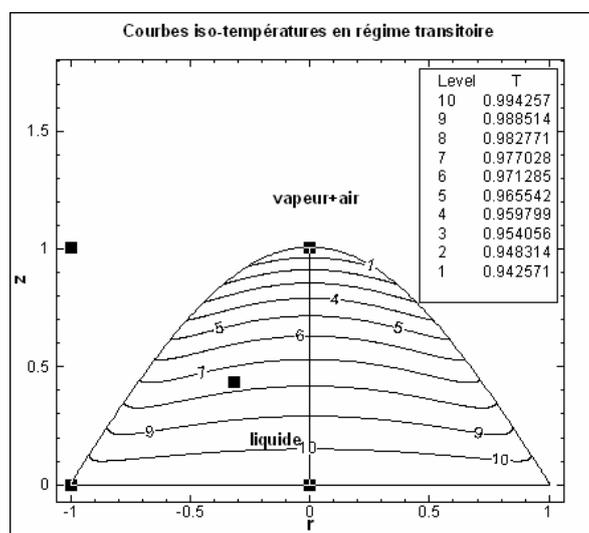


Figure 8 : Courbes iso-températures en régime transitoire à $t=5$ ($Ma=10$)

L'effet de l'intensité de la convection thermo capillaire de Marangoni sur le profil de température peut-être observé dans les courbes des figures (9), (10) et (11), en effet, à l'instant ($t=5$) la distribution de température représentée sur les figures ci-dessous en tout point de la goutte diminue avec l'augmentation de nombre de Marangoni. Ainsi, les résultats obtenus sont en accord parfaite avec la théorie et sont en cohérence qualitatif des travaux [6]-[9].

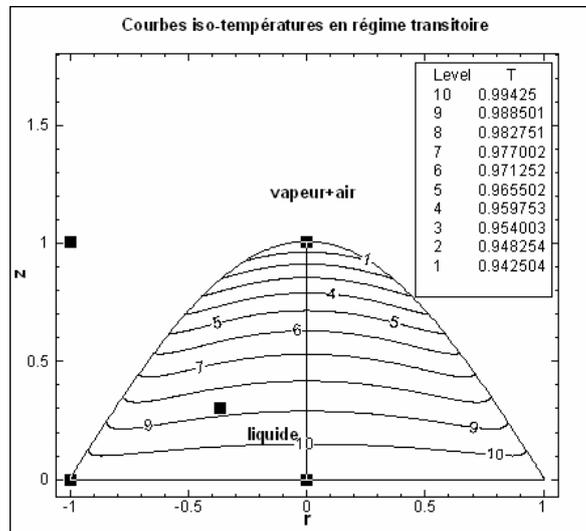


Figure 9 : Courbes iso-températures en régime transitoire à $t=5$ ($Ma=10$)

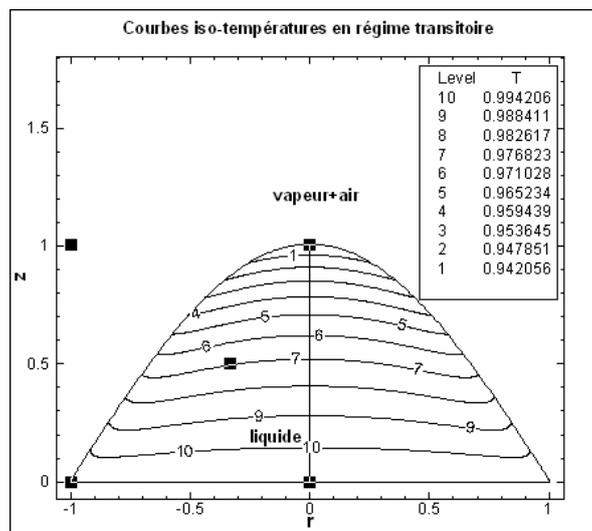


Figure 10 : Courbes iso-températures en régime transitoire à $t=5$ ($Ma=50$)

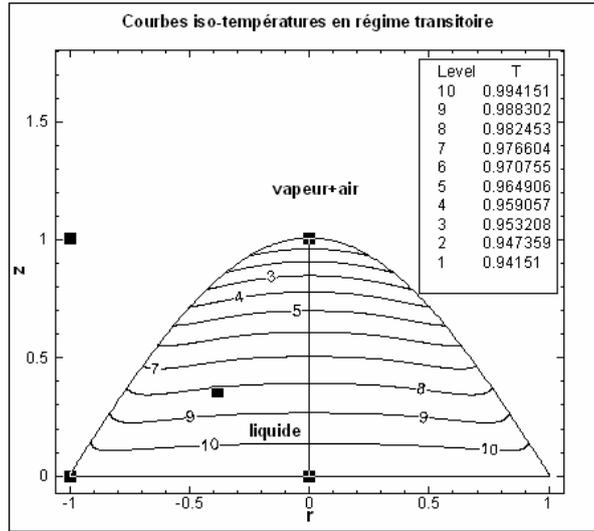


Figure 11 : Courbes iso-températures en régime transitoire à t=5 (Ma=100)

Le traitement de l'interface implique la connaissance précise de taux d'évaporation et sa relation avec la diffusion autour de la goutte. La répartition non-uniforme de taux d'évaporation influence la répartition transitoire de température au sein de la goutte et à l'interface. Cette dernière affecte le nombre de Marangoni qui cause le refroidissement instantané de la goutte.

3. Validation du code

Afin de valider le code de calcul, L'approche analytique est exploitée pour le cas de refroidissement d'une sphère plongeante dans un milieu fluide. La résolution analytique de l'équation de chaleur pour le cas d'une sphère par la méthode de séparation de variables en tenant compte des conditions initiales et aux frontières appropriées permettent d'aboutir à la solution de la forme générale suivante :

$$T^*(r,t) = \frac{T(r,t) - T_\infty}{(T_{init} - T_\infty)} = \frac{2}{r/r_0} \sum_{n=1}^{\infty} \text{Exp}(-\text{Bio} \times t) \times \frac{\text{Sin}(\lambda_n) - \lambda_n \cdot \text{Cos}(\lambda_n)}{\lambda_n^2 [\lambda_n - \text{Sin}(\lambda_n) \cdot \text{Cos}(\lambda_n)]} \times \text{Sin}\left(\lambda_n \times \frac{r}{r_0}\right) \quad (10)$$

Où : λ_n sont des valeurs propres déterminées par la résolution de l'équation transcendante suivante :

$$1 - \lambda_n \cot \lambda_n = \text{Bi} \quad (11)$$

Cette dernière étant une équation non linéaire nécessite un calcul itératif (méthode de Newton Raphson). La solution de l'équation de chaleur est obtenue en prenant les 50 premiers termes de la série assurant ainsi une précision suffisante.

L'évolution de la température au centre de la sphère est déterminée en posant $r=0$:

$$\frac{T(0,t) - T_\infty}{(T_{init} - T_\infty)} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \text{Exp}(-\text{Fo} \cdot \lambda_n^2) \cdot \frac{\text{Sin}(\lambda_n) - \lambda_n \text{Cos}(\lambda_n)}{\lambda_n - \text{Sin}(\lambda_n) \cdot \text{Cos}(\lambda_n)} \quad (12)$$

La comparaison des résultats analytiques et numériques est montrée sur la figure ci-dessous pour différents nombres de Biot.

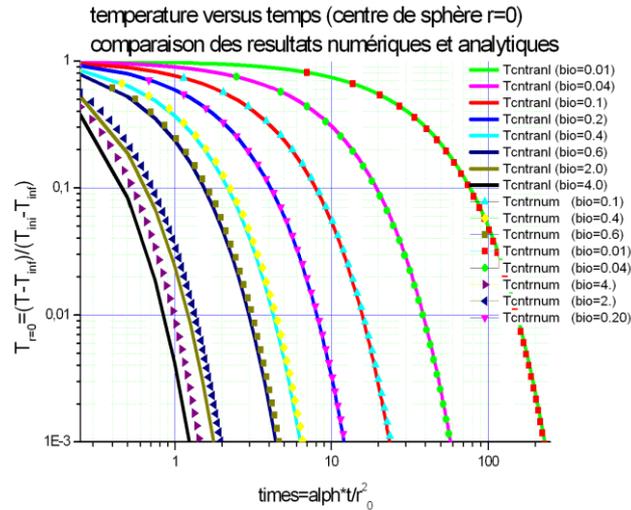


Figure 12 : Comparaison des résultats numériques et analytiques pour différents nombres de Biot

Les courbes représentées sur la figure précédente montrent un bon accord entre les résultats analytiques et numériques au centre de la sphère ($r=0$).

Pour la visualisation des courbes iso-températures obtenues par la simulation en régime transitoire pour le cas d'une configuration sphérique de la goutte, des conditions aux limites et initiales appropriées similaires à celles de la sphère en refroidissement sont imposées. Les courbes iso-températures obtenues sont homogènes et distribution cohérente de champs thermiques dans la goutte.

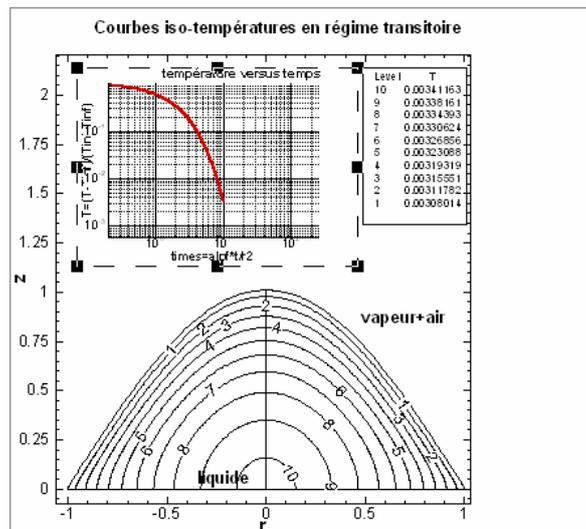


Figure 13 : Courbes iso-températures en régime transitoire à $t=10$ (Biot=0.2)

Conclusion

Le présent travail consiste en la modélisation numérique de la goutte d'eau en évaporation est réalisée à l'aide de la méthode des Volumes finis afin d'analyser l'effet thermique du à l'évaporation de la goutte pour les deux cas figures : évaporation uniforme et non-uniforme. La validation semi-analytique de code est réalisée pour plusieurs valeurs de nombres de Biot et les résultats numériques coïncidents avec les résultats analytiques. En outre, l'étude montre l'influence des nombre de Biot et Marangoni sur les champs thermiques au sein de la goutte en évaporation. Les résultats pour le cas d'évaporation uniforme montrent que l'augmentation de nombre de Biot fait accroître l'écart et l'évolution instantanée croissante de température au sein de la goutte, par ailleurs l'évaporation non-uniforme montre que l'augmentation de nombre de Marangoni accélère le refroidissement de la goutte.

Nomenclature

c_{sat}	La concentration de la vapeur saturée à la surface de la goutte	Kg/m^3	T	Température adimensionnelle	
Cp	Chaleur spécifique	$J.Kg^{-1}.K^{-1}$	T_{amb}	Température ambiante	$^{\circ}C$
D_{vap}	Le coefficient de diffusion de la vapeur	m^2/s	T_{eb}	Température d'ébullition	$^{\circ}C$
H	L'humidité relative	%	T_{moy}	Température moyenne adimensionnelle	
g	Accélération de la gravité	m/s^2	T_{sub}	Température de substrat	$^{\circ}C$
L_{vap}	Chaleur latente de vaporisation	J/kg	u	La composante radiale de la vitesse adimensionnelle	
\dot{m}	Le taux d'évaporation total	g/s	U	La composante radiale de la vitesse adimensionnelle dans le nouveau repère	
n	Vecteur unitaire normal		V	La composante verticale de la vitesse adimensionnelle dans le nouveau repère	
P	Pression adimensionnelle		v_{vap}	Vitesse caractéristique de la vapeur	
r	Coordonnée cylindrique radiale adimensionnelle		w	La composante verticale de la vitesse adimensionnelle	
R	Rayon de base de la goutte	m	z	Coordonnée cylindrique verticale adimensionnelle	
Gr	Nombre de Grashof	$Gr = (g\beta/v^2)\Delta T \cdot R^3$	Pr	Nombre de Prandtl	$Pr = \nu/\alpha$
Ma	Nombre de Marangoni	$Ma = -(d\sigma/dT)(\Delta T \cdot R/\alpha \cdot \mu)$	Ra	Nombre de Rayleigh	$Ra = (g\beta/\nu\alpha)\Delta T \cdot R^3$
Bi	Nombre de Biot	$Bi = h_{conv}r_0/\lambda_{liq}$	Fo	Nombre de Fourier	$Fo = \tau = \alpha t/r_0^2$

Références

- [1] R. G. Picknett, & R. J. Bexon, "Evaporation of sessile or pendant drops in still air". *J. Colloid. Interface Sci.* 61, 336–350 (1977).
- [2] M. di Marzo, D. D. Evans, "Evaporation of a water droplet deposited on a hot high thermal conductivity surface", *Trans. ASME, J. Heat Transfer* 111 (1989) 210–213.
- [3] R. D. Deegan, et al. "Capillary flow as the cause of ring stains from dried liquid drops". *Nature* 389, 827–829 (1997).
- [4] R. D. Deegan, et al. "Contact line deposits in an evaporating drop". *Phys. Rev. E* 62, 756–765 (2000).
- [5] R. D. Deegan, "Pattern formation in drying drops". *Phys. Rev. E* 61, 475–485 (2000).
- [6] H. Hu, R. G. Larson "Marangoni effect reverses coffee-ring depositions". *J. Phys. Chem. B* 110, 7090–7094 (2006).
- [7] F. Girard, M. Antoni, S. Faure, A. Steinchen, "Evaporation and Marangoni driven convection in small heated water droplets". *Langmuir*, 2006, 22 (26), pp 11085–11091.
- [8] F. Girard, M. Antoni, K. Sefiane, "On the effect of Marangoni flow on evaporation rates of heated water drops". *Langmuir*, 2008, 24 (17), pp 9207–9210.
- [9] H. Hu, R. G. Larson "Analysis of the Effects of Marangoni Stresses on the Microflow in an Evaporating Sessile Droplet" *Langmuir*, 2005, 21 (9), pp 3972–3980
- [10] O.E. Ruiz, W.Z. Black, "Evaporation of water droplets placed on a heated horizontal surface". *Trans. ASME, J. Heat Transfer* 124 (5) (2002) 854–863.
- [11] R. Mollaret, K. Sefiane, J. R. E. Christy, and D. Veyret, "experimental and numerical investigation of the evaporation into air of a drop on a heated surface", *Chemical Engineering Research and Design*, (2004), 82(A4): 471–480
- [12] M. Ait Saada, S. Chikh, L. Tadrist "Evaporation of a sessile drop with pinned or receding contact line on a substrate with different thermophysical properties" *International Journal of Heat and Mass Transfer* 58 (2013) 197–208
- [13] A. Maatar, S. Chikh, M. Ait Saada, L. Tadrist "Transient effects on sessile droplet evaporation of volatile liquids" *International Journal of Heat and Mass Transfer* 86 (2015) 212–220

- [14] K. Sefiane, & Bennacer, R. An expression for droplet evaporation incorporating thermal effects. *J. Fluid Mech.* 667, 260–271 (2011).
- [15] S. David, K.Sefiane, & L. Tadrist, “Experimental investigation of the effect of thermal properties of the substrate in the wetting and evaporation of sessile drops”. *Colloids and Surfaces A: Physicochem. Eng. Aspects* 298, 108–114 (2007).
- [16] K. Sefiane, Wilson, S. K., David, G. J. Dunn, & B. R. Duffy “ On the effect of the atmosphere on the evaporation of sessile droplets of water”. *Phys. Fluids* 21, 062101 (2009).
- [17] H. Hu, & R. G. Larson, “Evaporation of a sessile droplet on a substrate”. *J. Phys. Chem. B* 106, 1334–1344 (2002).
- [18] G. J.Dunn, S. K. Wilson, B. R.Duffy, S. David& K. Sefiane “A mathematical model for the evaporation of a thin sessile liquid droplet: comparison between experiment and theory”. *Colloids and Surf. A: Physicochem. Eng. Aspects* 323, 50–55 (2008).
- [19] G. J. Dunn, Wilson, S. K.,Duffy, B. R.,David, S.& K. Sefiane “The strong influence of substrate conductivity on droplet evaporation”. *J. Fluid Mech.* 623, 329–351 (2009).