

ETUDE DE LA CONVECTION THERMIQUE D'UN FLUIDE NON NEWTONIEN DANS UN ESPACE ANNULAIRE PAR UNE METHODE AUX ELEMENTS FINIS.

M. AMOURA¹, N. ZERAIBI², M. GARECHE²

¹ Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene. Faculté de Physique. B.P. 32 El-Alia Alger, Algérie. Fax(021)247 344. e-mail amlounidz@yahoo.fr

² Université de Boumerdes. Faculté des hydrocarbures dépt. Transport et équipement. 35000 Avenue de l'indépendance, Boumerdes, Algérie.

RESUME

Il a été proposé d'étudier numériquement la convection thermique des fluides non-newtoniens dans les espaces annulaires cylindriques tournant. Le modèle rhéologique retenu dans cette étude est le modèle de Carreau. Les équations de conservation sont résolues par une méthode d'éléments finis mixte. On étudie l'influence de différentes combinaisons des paramètres adimensionnels, qui sont les nombres de Reynolds, Rayleigh, Grashof, Weissenberg et l'indice de l'écoulement, sur le transfert de chaleur et sur la structure de l'écoulement. Les résultats obtenus en convection naturelle, forcée et mixte sont discutés.

Mots clés : Convection thermique, Fluide Non-Newtonien, Méthode des éléments finis

NOMMENCLATURE

$\dot{\gamma}$: Vitesse de Cisaillement	(1/s)
μ	: Viscosité du fluide étudié	(Pa.s)
μ_0	: Viscosité du fluide étudié à cisaillement nul	(Pa.s)
μ_∞	: Viscosité du fluide étudié à cisaillement infini	(Pa.s)
λ	: Temps caractéristique dépendant du rapport entre le taux de déformation par le cisaillement et le mouvement Brownien.	(s)
n	: Paramètre caractéristique du fluide étudié représentant le degré de défloculation engendré par le cisaillement et dépendant du degré de polydispersité.	----
ρ	: Masse volumique	(Kg/m ³)
C_p	: Chaleur spécifique à pression constante	(J/Kg.°C)
K	: Conductivité thermique du fluide	(W/m.°C)
Re	: Nombre de Reynolds	---
Pr	: Nombre de Prandtl	---
Nu	: Nombre de Nusselt	---
Ra	: Nombre de Rayleigh	---
Gr	: Nombre de Grashof	---
W	: Nombre de Weissenberg	---
u	: Vitesse verticale	(m/s)
v	: Vitesse radiale	(m/s)
w	: Vitesse tangentielle	(m/s)
T	: Température	(°C)

1. INTRODUCTION

De nombreux procédés industriels et en particulier l'industrie agro-alimentaire, chimique et pétrochimique font intervenir la thermisation des fluides non-newtoniens.

Si les mécanismes de la convection thermique semble actuellement maîtrisés dans le cas des fluides newtoniens, peu de travaux ont porté sur la convection mixte de fluides non-newtoniens.[1,2]

Dans le but, d'apporter notre contribution, il a été proposé d'étudier, numériquement, la convection thermique des fluides non-newtoniens dans les espaces annulaires cylindriques tournant.

2. FORMULATION MATHÉMATIQUE

On considère l'écoulement laminaire d'un fluide non-newtonien incompressible confiné dans l'espace annulaire de deux cylindres coaxiaux de longueur finie H . Le cylindre intérieur, de rayon r_i , tourne à une vitesse angulaire constante et maintenu à une température uniforme T_1 . Le cylindre extérieur de rayon r_e est immobile et isotherme à une température $T_0 < T_1$. (Figure 1)

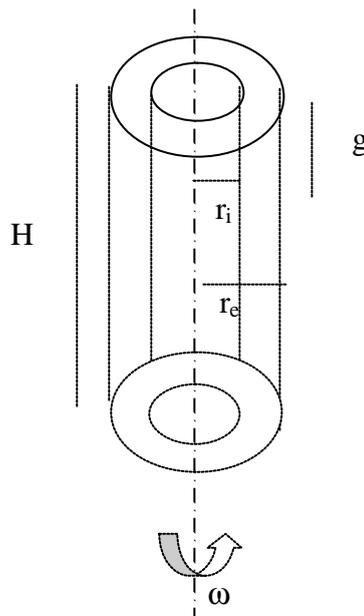


FIG. 1 . Schéma du système

Le modèle rhéologique retenu dans cette étude est le modèle de Carreau [3] dont la relation constitutive est donnée par :

$$\frac{\mu - \mu_\infty}{\mu_0 - \mu_\infty} = \left(1 + \lambda^2 \dot{\gamma}^2 \right)^{\frac{n-1}{2}}$$

Les équations de conservation s'écrivent sous la forme suivante :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

$$\rho \left(v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{w^2}{r} \right) = - \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial \left(2r\mu \frac{\partial v}{\partial r} \right)}{\partial r} \right] - \frac{2\mu v}{r^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right]$$

$$\rho \left(v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r\mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left(2\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \rho g \beta (T_1 - T_0)$$

$$\rho \left(v \frac{\partial w}{\partial r} + \mu \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{wv}{r} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \mu \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu r \frac{\partial w}{\partial r} \right)$$

$$\rho c_p \left(v \frac{\partial T}{\partial r} + u \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \left(rK \frac{\partial T}{\partial r} \right) + K \frac{\partial T}{\partial z}$$

Une formulation adimensionnelle de ces équations fait intervenir plusieurs paramètres qui sont les nombres de Reynolds , Rayleigh , Grashof , weissenberg et Prandtl.

3. RESOLUTION NUMERIQUE ET VALIDATION DU CODE DE CALCUL

Pour la résolution des équations, nous avons utilisé une méthode aux éléments finis mixte qui utilise d'une part, une interpolation quadratique à neuf nœuds pour la vitesse et la température et d'autre part une interpolation bilinéaire pour la pression.

Le code de calcul a été validé sur un problème d'une cavité fermée à parois verticales chauffées différentiellement et à parois horizontales adiabatiques. On a aussi effectué des comparaisons avec des solutions analytiques pour les écoulements newtoniens et non-newtoniens. Nos résultats sont favorablement comparés à ceux trouvés dans la littérature [4]

4. RESULTATS ET DISCUSSION

La variation du nombre de Nusselt en fonction de l'indice de comportement (n) pour différentes valeurs des nombres de Reynolds et de Grashof et pour un nombre de Weissenberg fixé à 10 est représentée sur la figure 2.

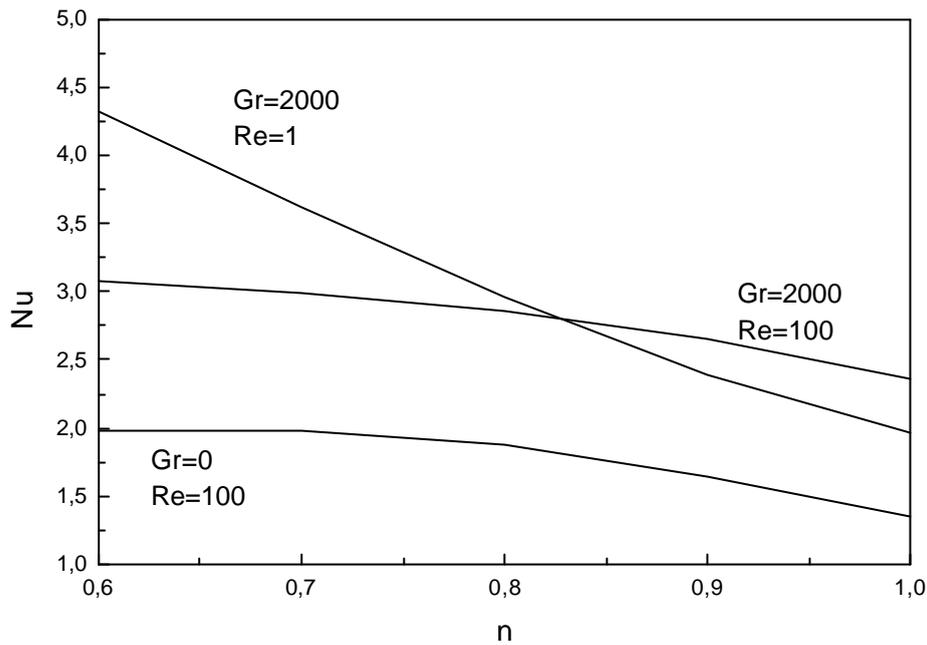


FIG.2 : Variation du nombre de Nusselt en fonction de n

Pour une faible vitesse de rotation du cylindre intérieur ($Re=1$), où la convection naturelle à $Gr=2000$ est dominante, le nombre de nusselt diminue considérablement avec l'augmentation de l'indice de comportement.

Pour un régime de convection forcée ($Re=100$ et $Gr=0$), On observe une légère diminution du nombre de Nusselt dans l'intervalle $0.6 < n < 1$.

Un comportement similaire est constaté pour le régime de convection mixte ($Re=100$ et $Gr=2000$). Mais dans ce cas de régime, l'augmentation de la valeur de l'indice de comportement donne naissance à une seconde cellule d'écoulement occupant la zone intérieure haute de l'espace annulaire (Figure 3) dont l'intensité croît en fonction de n.

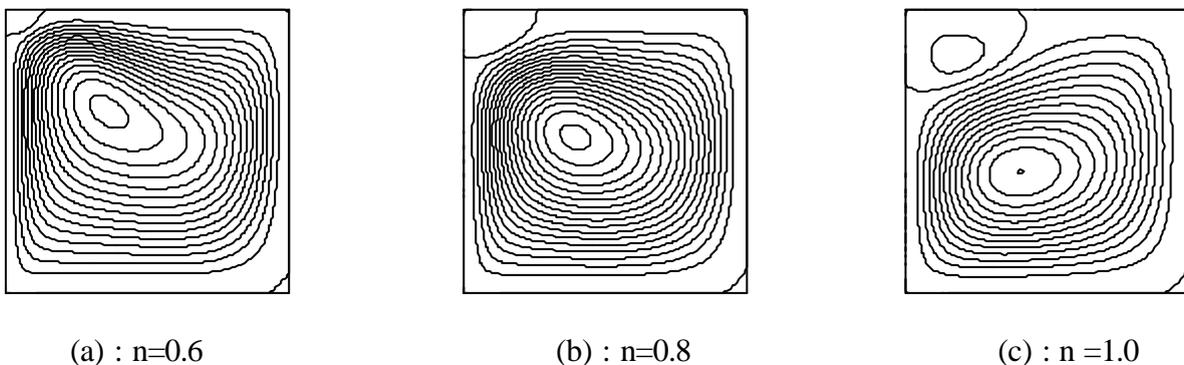


FIG. 3 : Isofonctions de courant pour $Gr=2000$ et $W=10$

La dépendance du nombre de Nusselt moyen avec le nombre de Reynolds est représentée sur la figure 4 pour différentes valeurs de l'indice de comportement.

En régime de convection naturelle, le nombre de Nusselt diminue quand l'indice de comportement croît. Par contre lorsque le nombre de Reynolds dépasse une certaine valeur critique, qui dépend de l'indice de comportement, le nombre de Nusselt augmente pour atteindre un palier.

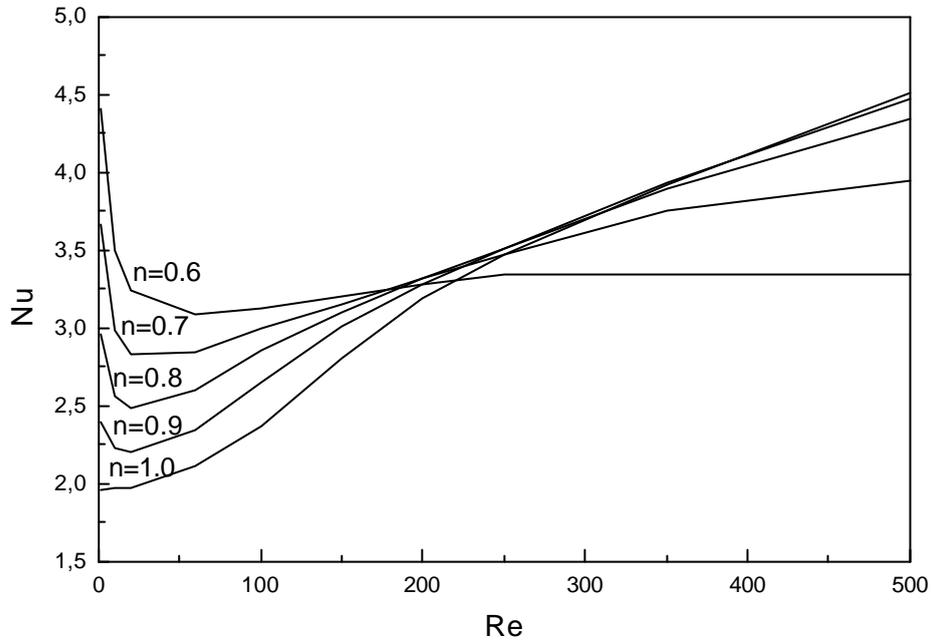
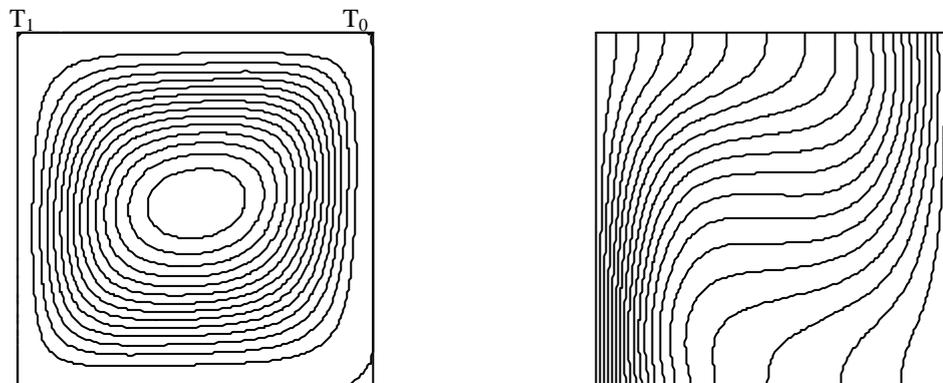
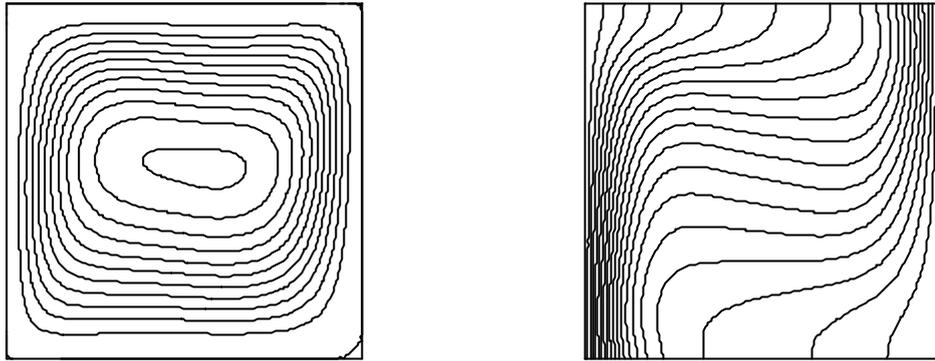


FIG.4 : Variation du nombre de Nusselt en fonction de n et le nombre de Reynolds
Pour $Gr=2000$ et $w = 10$

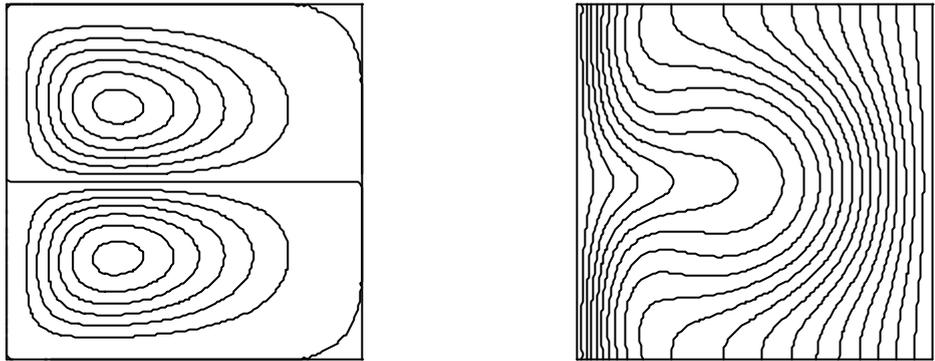
Les isofonctions de courant et les isothermes pour $W=10$ sont représentées sur la figure 5 pour les régimes de convections naturelle et forcée.



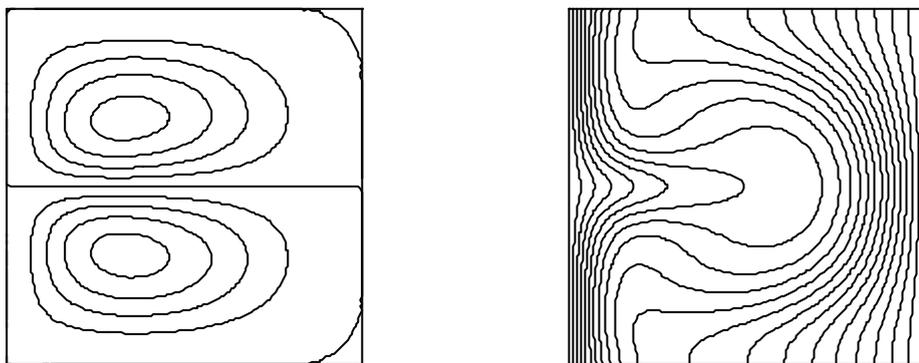
(a) : $n=1.0$, $Gr=2000$ et $Re=1$



(b) : $n=0.8$, $Gr=2000$ et $Re=1$



(c) : $n=1.0$, $Gr = 0$ et $Re=100$



(d) : $n=0.8$, $Gr = 0$ et $Re = 100$

FIG. 5 : Isofonctions de courant et Isothermes

Les figures 5 (a) et (b) montrent que pour un régime de convection naturelle, la circulation est plus intense et les gradients thermiques plus importants sur le cylindre intérieur pour un fluide d'indice de comportement < 1 que pour un fluide Newtonien.

En régime de convection forcée ($Re=100$ et $Gr=0$) on observe en figure 5 (c) et (d) l'apparition d'un écoulement bicellulaire. Les isothermes, dans ce cas, ont une allure déformée au niveau de la zone de recirculation.

5. CONCLUSION

Nous avons étudié l'écoulement d'un fluide non-newtonien confiné dans l'espace annulaire. le mouvement du fluide est généré par la mise en rotation du cylindre du cylindre intérieur et le chauffage différentiel des deux cylindres. Les résultats montrent que les effets non-newtoniens sont importants, tant sur la structure de l'écoulement que sur le transfert de chaleur. Nous avons pu mettre en évidence l'influence de l'indice de comportement, le nombre de Rayleigh le nombre de Weissenberg et le nombre de Reynolds sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur caractérisé par le nombre de Nusselt.

6. REFERENCES

- [1] Lawal A., J. Heat Transfer, Vol. 111(1989), pp.399- 406.
- [2] Turki S., Therm. and Heat Transfer Conference, ASME-HTD, Vol. 129(1990) pp. 165-170.
- [3]Midoux N., « *Mécanique et rhéologie des fluides en génie chimique* », technique et documentation, Lavoisier, (1985).
- [4]De Vahl Davis G. Int. J. Num. Methods in fluids, Vol. 3 (1983) pp 249-255